1234567890



எண்களோடு விளையாடுவீர்!

இரா. சண்முகம்



கணிதக் கழக வெளியீடு

எண்களோடு விளையாடுவீர்!

இரா. சண்முகம், B A. (கணிதம்);
M.A. (தமிழ்); M A. (ஆங்கிலம்); B.T.,
தமிழ்த் துணைப் பேராசிரியர்,
மாநிலக் கல்லூரி, சென்னை — 600005.

கணிதக் கழக வெளியீடுகளுக்காக

மணி பதிப்பகம்

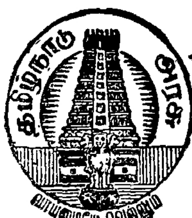
18, மன்னப்பன் நாயக்கர் தெரு,
கோட்டூர், சென்னை —600085.

Bibliographical Data

Title of the Book	—	Eṇkaḷōṭu Viḷaiyāṭuvīr! (எண்களோடு விளையாடுவீர்!)
Author	—	R. Shanmugam, Assistant Professor of Tamil, Presidency College, Madras-600 005.
Language	—	Tamil
Edition	—	First
Date of Publication	—	December, 1978
Copyright holder	—	Author.
Paper Used	—	15·2 West Coast
Size of the book	—	22·5 × 18·5 Cms.
Printing type used	—	10 Point
Number of Pages	—	128
Number of Copies printed	—	1200
Printers	—	Novel Art Printers Madras-600 014.
Artist	—	Thiru P. N. Anandan (Eswari).
Binding	—	Paper back
Price	—	Rupees Six (Rs. 6/-)
Publisher	—	Mani Pathippakam 18, Mannappan Naiker Street, Kottur, Madras-600 085. for Mathematics Academy Publications, Madras.
Subject	—	Play with Numbers Recreational Mathematics.

நடுவண் அரசு சலுகை விலையில் வழங்கிய தாளில் இந்நூல் அச்சிடப் பெற்றுள்ளது.

சி. ஜி. ரெங்கபாஷ்யம்,
இ. ஆ. ப.
அரசுச் செயலர்,
கல்வித்துறை



Fort St. George
Madras-9.

நூன்முகம்

Mathematics for fun போன்ற தலைப்புக்களில் ஆங்கிலத்தில் பல நூல்களைக் காணும் பொழுதெல்லாம் அவற்றைப் போன்று தமிழ் இளைஞர்களையும் எண்களின்பால் ஈடுபாடு கொள்ளச் செய்யத்தக்க எளிமையான நூல்கள் வெளிவராதா என எண்ணியுள்ளேன். திரு. இரா. சண்முகம் அவர்களுடைய "எண்களோடு விளையாடுவீர்" என்ற நூல் இத்தேவையை நன்கு நிறைவேற்றுவது கண்டு பெருமகிழ்ச்சி அடைந்தேன். கணிதம், தமிழ், ஆங்கிலம் ஆகிய மூன்றிலும் நற்புலமை பெற்றுள்ள இவ்வாசிரியர் தமிழ்த் துறையில் பணியாற்றிவரினும் கணிதத்தை மறந்து விடாமல் இத்துறையில் தமிழன்னைக்குப் புதுப்புது அணிகளைச் செய்து பூட்டி வருவது பாராட்டற்குரியது.

கணிதத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டது இன்றைய அறிவியல் வளர்ச்சி. இளஞ்சிறார்கள் இந்நூலின் துணைகொண்டு "எண்களோடு விளையாடி"ப் பின்னர் கணிதத்தில் ஆற்றல் கைவரப் பெறுவார்களாக!

(ஒ-ம்) சி. ஜி. ரெங்கபாஷ்யம்

டாக்டர் கி. வேங்கடசுப்பிரமணியன்,
M.A., B.T., B.L., Ph., D.,
தமிழகப் பள்ளிக் கல்வி இயக்குநர்,
மற்றும்
இயக்குநர், தமிழகக் கல்வியாராய்ச்சி
பயிற்சி நிறுவனம்.

கல்லூரிச் சாலை,
சென்னை—600 006.
தமிழ்நாடு.

பாராட்டுரை

மாநிலக் கல்லூரியில் தமிழ்த் துணைப் பேராசிரியராக இருக்கும் இரா. சண்முகம் அவர்கள் கணிதம், ஆங்கிலம், தமிழ் இம்மூன்று துறைகளிலும் புலமை பெற்றதின் விளைவே, "எண்களோடு விளையாடுவீர்!" என்ற இந்த இனிய நூலாகும்.

இச் சிறுநூலில் ஒவ்வொரு பகுதியும் இலக்கிய மணத்துடன் கமழ்வது இந்நூலின் சிறப்பு. ஆசிரியரது ஆழ்ந்த தமிழ்ப் பற்றும் நுண்ணிய கணித அறிவும் இரண்டறக் கலந்து இந்நூலின் தரத்தை உயர்த்துகின்றன. கணக்கு என்றாலே கசப்பு என்று பலர் தப்பாக எண்ணும் நிலையை மாற்றிக் கணக்கிலே ஓர் இன்பத்தையும் கவர்ச்சியையும் காணவைத்துள்ளார் ஆசிரியர்.

எண்கள் விளையாட்டிலே திருவள்ளுவர் முதல் பாரதியார் வரை பவனி வருகிறார்கள், எண்ணத்திலே கோயில் எழுப்பிய "பூசலார் நாயனார்" போன்று எண்களிலே கோயில் எழுப்பலாம் என்று நம்மை ஆசிரியர் அழைக்கிறார். இவ்வழைப்பைத் தமிழகம் விரும்பி ஏற்கும் என நம்புகிறேன். இப்புதுமையான முயற்சியில் மாபெரும் வெற்றி கண்டுள்ள ஆசிரியரைப் பெரிதும் பாராட்டுவது எனது கடமையாகிறது.

(ஒ-ம்) கி. வேங்கடசுப்பிரமணியன்.

பதிப்புரை

"கணிதக் கழக வெளியீடுகள்" என்ற நிறுவனத்திற்காகப் பேராசிரியர் இரா. சண்முகம் அவர்களின் "எண்களோடு விளையாடுவீர்!" என்னும் புதுமையான அரிய நூலினைப் பதிப்பித்துத் தமிழ்கூறும் நல்லுலகிற்கு அறிமுகம் செய்துவைப்பதில் மட்டற்ற மகிழ்ச்சி அடைகின்றோம். இலக்கிய அறிஞர்கள் அறிவியல் துறைகளிலும் வல்லவர்களாகத் திகழவேண்டும் என்ற தனது இலட்சியத்தினை ஆக்கபூர்வமாகச் செயற்படுத்திவரும் பேராசிரியர் இரா. சண்முகம் அவர்கள் அறிவியல் நெறிகளின் துணையோடு இலக்கியத் திறனாய்வுக்கலையை மிகச் சிறப்பாக வளர்த்து வருகிறார் என்பது நம்மை எல்லாம் இறும்பூதெய்தச் செய்கின்றது. ஆங்கிலத்தோடு அருந்தமிழையும் கற்றுத் தேர்ந்து சிறந்த இலக்கியச் சிந்தனையாளராகவும், ஒப்பிலக்கிய ஆய்வாளராகவும் ஏற்றம் பெற்றுள்ள இந்நூலாசிரியர் ஒரு சிறந்த கணித மேதையாகவும் திகழ்கிறார். அவர் படைத்த இக்கணித நூல் முழுவதிலும் இலக்கியமும் கணிதமும் இணைந்து கைகோர்த்து ஏறுநடை பயில்வதைக் காணலாம். கணிதக் கலையில் இனிமை சேர்க்க ஆசிரியரின் இலக்கியப் புலமையும், சுவையுடன்கூறும் ஆற்றலும், எளிய இனிய தமிழ் நடையும், கவர்ச்சிமிக்க தலைப்புக்களும் மிகச் சிறந்த அளவில் கைகொடுத்துள்ளன. கணிதக் கலையில் ஆர்வமுள்ளவர்கள் மட்டுமன்றி அனைவரும் படித்து, இன்புற்றுப் பயன்பெறும் வகையில் இந்நூல் அமைந்துள்ளது குறிப்பிடத்தக்கது. கணிதத் துறையிலும், கடினமான அறிவியல் கல்வியை இனிய முருகியல் வண்ணத்தோடு படைக்கும் புதிய கலைத்துறையிலும் சிறந்த சாதனையினை ஏற்படுத்தியுள்ள இந்நூலிற்குப் பெருமளவில் ஆதரவு நல்கி இதுபோன்ற அரிய முயற்சிகளுக்கு அனைவரும் துணைநிற்பீர்கள் என்று உறுதியாக நம்புகின்றோம்.

18, மன்னப்பன் நாயக்கர் தெரு,
கோட்டூர்,
சென்னை-600 085.

இவண்
மணி பதிப்பகத்தார்.

என்னுரை

அறிவியல், கலைகள் அனைத்திற்கும் அடிப்படையாக இருப்பது கணிதம். இஃது அனைவரும் அறிந்த உண்மையாகும். அன்றாட வாழ்வில் கூட நாம் அறிந்தோ அறியாமலோ கணிதத்தைப் பயன் படுத்துகிறோம் அல்லது கணிதத்தின் பயனை அனுபவிக்கிறோம். இத் தகைய இன்றியமையாத ஒன்றாக கணிதம் இலங்குவதால் தான் வள்ளுவப் பெருந்தகை "எண்ணென்ப ஏனை எழுத்தென்ப இவ் விரண்டும் கண்ணென்ப வாழும் உயிர்க்கு" என்று கூறியுள்ளார்.

நாகரிகம் வளரவளர மக்களின் தேவைகளும் பெருகிக் கொண்டே செல்கின்றன. நாளும் பெருகிவரும் தேவைகளை நிறைவு செய்து மனித குலத்தையே முன்னேற்றப் பாதையில் இட்டுச் செல்வதற்குப் பெரிதும் துணைபுரிகின்ற அறிவியல் கலை களில் முன்னணியில் நிற்பது கணிதமேயாகும்.

தொல்பழங் காலத்திலேயே நாகரிகச் சிறப்போடும் பண்பாட்டுப் பெருமையோடும் விளங்கிய நம்நாடும் கணிதத்தில் முன்னணியில்தான் இருந்துவந்தது. பல்வேறு கணித அறிஞர்கள் தோன்றிக் கணிதக் கலையினைச் செழிக்கச் செய்தனர். பூஜ்யத்திற் கோர் குறியீடு (symbol) இன்மையால் கணிதம் வளர்ச்சி பெறாது ஐரோப்பியநாடுகளில் தேக்கம் பெற்றிருந்த காலத்தே பூஜ்யக் குறியீட்டினையும் மற்றும் எண் குறியீடுகளையும் (Numerals) பதின்மான எண்முறையினையும் (decimal system) உலகிற்கு ஈந்து பெருமை கொண்டது நம் நாடு. உலகம் முழுவதும் இன்று பயன்படுத்தப் படுகின்ற 1, 2, 3, 4 .. என்ற எண்குறியீடுகள் உலகிற்கு நாம் வழங்கிய கொடை என்பதை இன்றும் ஒருசிலரே அறிவர்.

கணிதத்தின் கண்களாக விளங்குகின்ற எண்களைத் தந்த நாம் இன்று கணிதத்தில் எந்த நிலையில் இருக்கின்றோம்? இருக்கின்ற நிலையினை எண்ணிப் பார்க்கின்ற எவரும் தலைகுனியாமல் இருக்க முடியாது. நாளொரு கிளையும் பொழுதொரு விழுதுமாகக் கணிதமெனும் ஆலமரம் பரந்து வளர்ந்து வரும் இக்காலத்தில் நாம் இருக்கின்ற நிலையினை எண்ணினால் உணர்ச்சியுள்ள எவரும் உள்ளம் குமுறிக் கதறாமல் இருக்க இயலாது.

இவ்வாறு கணிதத்தில் நாம் தாழ்வுற்று வறுமை மிஞ்சிக் கிடப்பதற்குக் காரணம் கண்ணெனப் போற்றிப் பாதுகாத்து வளர்த்துப் பயன் பெறவேண்டிய கணிதக் கலையினைப் போற்றி வளர்க்காது புறக்கணித்து ஒதுக்கி வந்துள்ள சோர்வு மிக்க மனப் பான்மையே எனலாம். இந்நிலை மாறி மீண்டும் நாம் பாருக்கே வழிகாட்டும் பழைய பெருமைமிகு நிலையினை அடையாவிட்டாலும் கூட உலகம் செல்லுகின்ற வேகத்திற்கு ஈடுகொடுத்தாகிலும் பின் பற்றிப் போக வேண்டாமா? பின்தங்கிவிடாமல் நாமும் உலகத் தோடு ஒத்த நடைபோட வேண்டுமெனில் கணிதத்தின்பால் நாம் கொண்டுள்ள சோர்வு மனப்பான்மையினையும், புறக்கணித்து ஒதுக்குகின்ற போக்கினையும் விட்டுவிட்டுப் புத்துணர்ச்சி கொண்டு ஆர்வத்துடனும் விருப்புடனும் அதனைக் கற்றுத் தேர்ந்து புதியன கண்டு கணிதத்திற்குப் பெருமை சேர்த்து நாமும் பெருமைபெற வேண்டும்.

மேலைநாட்டு அறிஞர்களும் ஆசிரியர்களும் கண்ணெனப் போற்றத்தகும் கணிதத்தின் இன்றியமையாச் சிறப்பினைக் கருத்திற்கொண்டு அதனைக் கவர்ச்சியோடும் இனிமையோடும் இளஞ்சிறுர்களுக்கும் கற்றுத் தந்து தளராத ஆர்வம் கொள்ளச் செய்கின்றனர். அதற்கேற்ப கணிதத்தில் காணுகின்ற பல்வேறு சுவையான செய்திகளையும் ஆர்வமூட்டும் அழகுகளையும் இனிமை யாகவும் எளிமையாகவும் புதுமையாகவும் எடுத்துக்கூறி இயல் பாக உள்ள கசப்பினைப் போக்கி இன்பம் காணச் செய்து கணிதத் தில் ஒரு கவர்ச்சியினை ஊட்டிவருகின்றனர். கணிதத்தில் உள்ள கசப்பைப் போக்கி அதில் ஒரு கவர்ச்சியை ஏற்படுத்தி ஆர்வம் கொள்ளச் செய்யத்தக்க வகையில் சுவையான செய்திகளை இனிமையுடன் எடுத்துக்கூறி இளஞ்சிறுர்களைக் கணிதத்தில் ஈடுபாடு கொள்ளச் செய்யும் வகையில் எழுதப்பட்ட நூல்கள் ஆங்கிலத்தில் ஏராளமாக உள்ளன. அத்தகைய நூல்கள் நம் தமிழ்மொழியில் இல்லையே என்று நான் பெரிதும் ஆதங்கம் கொண்டதுண்டு.

உயர்நிலைப் பள்ளியிலும் தொழில் நுட்ப உயர்நிலைப் பள்ளி யிலும் பதினைந்து ஆண்டுகள் கணித ஆசிரியனுகப் பணியாற்றிய காலத்தில் என் வகுப்புகளில் அவ்வப்பொழுது எண்களில்காணும் எண்ணற்ற அழகுகளை இயலும் பொழுதெல்லாம் எடுத்துக்கூறி என்னிடம் பயின்ற மாணவர்களைக் கணிதத்தில் ஆர்வமும் இன்பமும் கொள்ளச் செய்வதுண்டு. நான் எதிர்பார்த்த வண்ணம் அவர்களும் தளரா ஊக்கத்துடன் கணிதபாடத்தினை விருப்பத் தோடு கற்றனர். எனவே கணித ஆசிரியர்கள் இயலும்

பொழுதெல்லாம் எண்களில் காணும் எண்ணிலா இன்பங்களையும் சுவையான செய்திகளையும் மாணவர்கட்கு எடுத்துக்கூறினால் அவர்கள் கணிதத்தின்பால் கொண்டுள்ள கசப்பான உணர்வினை விட்டு நீங்கி அதனிடத்தில் ஆர்வம் கொண்டு விருப்பமுடன் கற்பார்கள் என்பது திண்ணம். தொடக்கநிலையில் கணிதம் கற்பிக்கின்ற ஆசிரியர் முதல் மேல்நிலையில் கணிதம் போதிக்கும் ஆசிரியர் வரை யாவரும் கணிதத்தைத் தம் மாணவர்கட்குக் கவர்ச்சிகரமாகப் போதிக்க வேண்டியது கடமையாகிறது. இங்ஙனம் கணித பாடத்தினைக் கவர்ச்சிகரமாகப் போதிப்பதற்கு இந்நூல் ஓரளவு துணை செய்யும் என்று நம்புகிறேன்.

இலக்கியத்தையும் கணிதத்தையும் இணைத்து எண்களில் காணும் சில சுவையான செய்திகளையும் இன்பம் ஊட்டும் எழில் மிகு கருத்துக்களையும் சுவை கூட்டிப் புதுமையாக எடுத்துக்கூற இந்நூலில் முயன்றிருக்கிறேன். பள்ளியில் பயிலும் மாணவர்கள் முதல் பருவம் முதிர்ந்த பெரியோர் வரை எல்லோரும் இந்நூலைப் படித்து எண்களோடு விளையாடி இன்பம் பெறும் வகையில் இந் நூல் எழுதப்பட்டுள்ளது. "எண்களோடு விளையாடுவீர்!" என்ற இந்நூலைப் படிக்கின்றவர்கள் கணிதத்தில் ஆர்வம் கொள்வதோடு மேலும் பல இனிமையான செய்திகளை அறிந்து கொள்ள விருப்பம் கொள்வார்கள் என்பது என் எண்ணம்.

கணிதம் கற்பிக்கின்ற ஆசிரியர்கள் தங்களுடைய வகுப்புகளைச் சுவைகூட்டி இனிமையாக நடத்தவும், தங்களுடைய மாணவர் களைக் கணிதத்தில் ஆர்வம் கொள்ளச் செய்யவும் இந்நூலில் கூறியுள்ள பல்வேறு எண் விளையாட்டுக்களைப் பொருத்தமான இடங்களில் புகுத்திப் பயன் கொள்ளலாம். மாணவர்களும் கணிதத்தில் காணும் பல்வேறு இனிமையான சுவைகளைச் சுவைத்து மகிழ்ந்து கணித பாடத்தினை ஆர்வத்துடன் பயிலத் தொடங்குவர் என்பது உறுதி.

இவ்வேளையில் ஈண்டுக் கல்வியாளர்கள் சிந்தனைக்கும் செயற் பாட்டுக்கும் என் ஒரு கருத்தினைக் கூற விரும்புகின்றேன். ஆங்கிலம், தமிழ் முதலிய மொழிப் பாடங்களுக்குத் துணைப் பாட நூல்கள் அமைத்துப் பயிலச் செய்வதுபோல கணிதம், அறிவியல் போன்ற பாடங்களுக்கும் துணைப்பாட நூல்கள் (Non-detailed Text books) அமைத்துப் பயிலச் செய்யவேண்டும். அப்படிச் செய்யப்படுமெனில் வகுப்பிலே நடத்துகின்ற பொழுது பாடத் தோடு தொடர்புபடுத்திக் கூற இயலாத பல சுவையான செய்திகளை மாணவர்கள் அறிந்து கொள்வதோடு கணிதம், அறிவியல் போன்றவற்றில் காணப்படும் எளிமையான சுவையான

மற்றொரு பக்கத்தினைக் கற்றுப் பயன்பெற வாய்ப்புக் கிடைக்கும், அது மட்டுமல்ல இப்பாடங்களில் மாணவர்கள் கொண்டுள்ள கசப்புணர்ச்சி நீங்கி அவற்றை ஆர்வமுடன் கற்க வழி வகுப்பதாக அது அமையும். இக்கருத்தினைக் கல்வியாளர்கள் ஏற்றுக்கொள் வார்களேயானால் "எண்களோடு விளையாடுவீர்!" போன்ற எண்ணற்ற நூல்கள் தமிழில் தோன்றி நம் மொழியினை வளப் படுத்தும் என்பது ஒருதலை.

கணிதத்தையும் இலக்கியத்தையும் இணைத்துச் சுவையுடன் புதுமையாகப் படைக்க வேண்டும் என்ற ஆர்வத்தினால் இந்நூலைப் படைத்துக் கொண்டிருந்த காலத்தில் அவ்வப்போது படித்துப் பார்த்து எனக்கு ஊக்கமும் உற்சாகமும் ஊட்டிவந்த என் இனிய நண்பர்கள் டாக்டர் இரா. இளவரசு, கவிஞர் பொன். செல்வ கணபதி இருவருக்கும், இதனை வெளியிடச் சொல்லி என்னை விரைவு படுத்திய என் அருமைத் தோழர், ஆய்வுத்துறையில் தனக்கென ஒரு பாதை வகுத்துக் கொண்டு பீடுநடைபோட்டு வரும் திரு. ஜி. ஜான் சாமுவேல் அவர்கட்கும் நன்றி பாராட்டி மகிழ்கிறேன்.

என் வாழ்வின் ஒவ்வொரு சோதனைக்கட்டத்திலும் என்னை ஊக்கம் கொள்ளச் செய்து, வெற்றி பெற்ற பொழுதெல்லாம் மகிழ்ந்து பாராட்டி, என் வாழ்வின் முன்னேற்றத்தில் பெரும் பங்கு கொண்ட என் அத்தான், சிவகெங்கை தந்த செம்மல், முக்குலத்தோர் குலவிளக்கு, பகுத்தறிவுப் பாதைவழி நடந்த உயர் பண்பாளர், தமிழ்நாடு அரசுப் பணியாளர் தேர்வு ஆணைக்குழு முன்னாள் தலைவர் திரு. இரா. இராமசுப்பிரமணியன் அவர்களை இவ்வேளையில் என்னால் நினைந்து போற்றாமல் இருக்க இயலாது. சான்றாண்மைக்கோர் இலக்கியமாகவும், தமக்கென வாழாப் பிறர்க்குரியாளராகவும் வாழ்ந்து காட்டிய அவரை என் நெஞ்சக் கமலத்தில் வைத்துப் போற்றுகின்றேன்.

என் வாழ்க்கைப் பயணத்திற்கோர் வழிகாட்டியாய் விளங்கி, ஒல்லும் வகையிலெல்லாம் என் முன்னேற்றத்திற்கு உறுதுணையாக இருந்து வருகின்ற என் அண்ணன், செயல்திறன் மிகுந்த இனிமை நிறைந்த பண்பாளர் திரு. M. N. இராமையா, B. A. (தமிழக முதலமைச்சரின் அரசிதழ் பதிவுபெற்ற நேர்முக உதவியாளர்) அவர்கட்கு நெஞ்சம் நிறைந்த நன்றியினைத் தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன்.

இந்நூலினைப் படித்துப் பாராட்டியதோடு நூன்முகம் எழுதித் தந்து சிறப்பித்த தமிழக அரசுக் கல்விச் செயலர் திரு. சி. ஜீ. ரங்கபாஷ்யம் I.A.S. அவர்கட்கும், இப்படிப்பட்ட நூல்கள்

மேலும் பலவற்றைப் படைத்துத் தமிழன்னைக்கு அணிசெய்ய வேண்டும் என வாழ்த்தியதோடு, அழகான அணிந்துரை நல்கி என்னை உற்சாகப்படுத்திய தமிழகப் பள்ளிக்கல்வி இயக்குநர் டாக்டர் கி. வேங்கடசுப்பிரமணியன் அவர்கட்கும் என் உளம் நிறைந்த நன்றியினை உரித்தாக்கி மகிழ்கிறேன்.

இந்நூல் என் மனத்தே கருவாக இருந்த காலந்தொட்டு அதனை உருவாக்க ஆக்கம் தந்த என் ஆருயிர் நண்பர்கள். திரு, ப. சண்முகம், M.A. B.T., அவர்கட்கும், திரு.S. இலக்குமிகாந்தன், B.A. (A.E., Telephones) அவர்கட்கும், என் வாழ்க்கைத் துணைவி திருமதி, புஷ்பா சண்முகம் B.A.,B.T. (Asst Professor, S.C E.R.T. Madras-6) அவர்கட்கும் என் நன்றி என்றும் உரியதாகும்.

"கணிதக் கழக வெளியீடுகள்" என்ற நிறுவனத்திற்காக இந் நூலினைப் பதிப்பிக்கின்ற மணி பதிப்பகத்தாருக்கு என் உளங் கனிந்த நன்றி.

இந்நூலினை அழகுற அச்சிட்டுத் தந்த நாவல் ஆர்ட் பிரிண்டர்ஸ் உரிமையாளர் கவிஞர். திரு. நாரா நாச்சியப்பன் அவர்கட்கும், நூலுக்கோர் அழகிய அமைப்பு நல்கிய திரு.சம்பந்தம் அண்ணன் அவர்கட்கும்,கண்ணைக் கவரும் வகையில் வண்ண ஓவியம் தீட்டி அட்டைக்கோர் அழகு சேர்த்த திரு. ஆனந்தன் அவர்கட்கும் என் நன்றி உரித்தாகும்.

என் முதல் நூலாக வெளிவரும் இதனைப் படித்துச் சுவைக் கின்ற அன்பர்கள் இதில் காணும் நிறைகளையும் குறைகளையும் சுட்டிக் காட்டிக் கடிதம்மூலம் என்னுடன் தொடர்பு கொண்டால் நன்றிப் பெருக்குடன் மகிழ்ச்சி அடைவேன்.

68, அம்மையப்ப முதலி தெரு,
இராயப் பேட்டை
சென்னை-600014.

அன்பன்,
இரா. சண்முகம்
21-12-78

பிழை களைந்து படிக்க

பக்கம். 9. 11-ஆவது வரியில் 'சொல்லுங்கள்' என்பதன் பின்னர் "இக் கூடுதலைப் 10-ஆல் பெருக்கிப் பின் 4-ஐக் கூட்டச் சொல்லுங்கள்" என்பதைச் சேர்த்துக் கொள்க.

பக்கம். 16. "4446-ஐத் தேர்ந்துகொண்ட 8 என்ற எண்ணை" எனத் திருத்திப் படிக்க.

பக்கம். 23. 5555 × 7777 என்ற பெருக்கல் கோலத்தில் கீழே அமைந்துள்ள 35 என்ற எண்ணுக்கு மேலே 3535 என்ற எண்ணை (மேலும் கீழும் ஒத்தியையவாக உள்ள வாறு) எழுதிக்கொள்க.

பக்கம். 25. 12-ஆவது வரியில் $4^4 = 16$ என்பதை $4^2 = 16$ எனக் கொள்க.

பக்கம். 37. ஔவையார் பாடலில் இறுதி அடிக்கு முன் அடியாக "இறைவரோ தொண்டர் உள்ளத் தொடுக்கம்" என்பதை இணைத்துக் கொள்க.

பக்கம். 40. "பெருக்கல் = கழித்தல்" என்பதை "பெருக்கல் = கூட்டல்" எனத் திருத்திக் கொள்க.

பக்கம். 47. $91 \times 9 = 819$ எனத் திருத்திக் கொள்க.

பக்கம். 88. $\frac{1}{7} = \cdot 142857\ 142857$ எனத் திருத்துக.

பக்கம். 97. இறுதி வரி $5558^2 - 5553^2 = 55555$ etc. எனக் கொள்க.

காணிக்கை

ஈன்று புறந்தந்த என் தாய்
திருமதி. இரத்தினத்தம்மாள்
சான்றோன் ஆக்கிய என் தந்தை
திரு. அ. இராமய்யா பிள்ளை
இருவருக்கும் இந்நூல் காணிக்கை.

* * *

விரைவில் வெளிவருகின்ற ஆசிரியரின் பிறநூல்கள்

1. எண்ணில் இன்பம்!
2. சரியா? தவறு?
3. One is plenty!

எண்களோடு விளையாடுவீர்!

1. பாப்பா தாத்தா விகடகவி!

அமிழ்தினும் இனிய நம் தமிழ்மொழியில் அழகுகள் பல மிளிர்வதைக் காணலாம். சொல்லில் இனியது தமிழ்ச் சொல்லே. தமிழ் என்றாலே இனிமை என்றொரு பொருளுமுண்டு என்பர். இத்தகைய இனிய தமிழ் மொழியில் இன்பமூட்டும் சொற்கள் பல காணலாம். சான்றாகச் சில சொற்கள் இடமிருந்து வலமாகவோ வலமிருந்து இடமாகவோ எப்படிப் படித்தாலும் இருவழியும் ஒக்குஞ் சொற்களாக அமைந்திருப்பதைக் காணலாம்.

மாமா, பாப்பா, தாத்தா, காக்கா, கற்க, விகடகவி, மோருதருமோ, தேருவருதே, மாடுஓடுமா, கருவாடுவாருக என்பன போன்ற சொற்கள் சொற்றொடர்கள் இருவழி ஒக்குஞ் சொற்களாக சொற்றொடர்களாக அமைந்துள்ள தன்மையினைக் கண்டு மகிழலாம். இதனை ஆங்கிலத்தில் Palindrome என்று கூறுவார்கள்.

EYE, MADAM, MALAYALAM

என்பவை ஆங்கில மொழியில் உள்ள ஒரு சில இருவழி ஒக்குஞ் சொற்களாகும்.

ஆண்டவன் படைத்த ஆதி மனிதனாகிய ADAM ,தான் முதன் முதலாக ஆதிப் பெண் EVE-ஐச் சந்தித்த பொழுது தன்னைக் கீழ்க்கண்டவாறு அறிமுகப் படுத்திக் கொண்டானாம்!

MADAM I'M ADAM.

இந்த ஆங்கில வாக்கியமும் இருவழி ஒக்கும் தன்மையுடன் அமைந்திருப்பதைக் காணலாம்.

ABLE WAS I ERE I SAW ELBA!

இவ் வாக்கியமும் இருவழியும் ஒக்கும் தன்மையுடன் அமைந்துள்ள அழகினைக்கண்டு இன்புறலாம்.

எழுத்தில் - சொல்லில் - காணும் இத்தகைய இன்பத்தினை எண்ணிலும் கண்டு நாம் இன்புறலாம். 77, 535, 4224, 78687, 954459 - போன்ற எண்கள் இடமிருந்து வலமாகவோ வலமிருந்து இடமாகவோ எப்படிப் படித்தாலும் இருவழியும் ஒக்கும் எண்களாக அமைந்துள்ளதைக் காணலாம்.

எண்ணோடு விளையாடுவீர்!

இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட இலக்கங்கள் உள்ள ஏதேனும் ஓர் எண்ணை எடுத்துக் கொள்க. அவ்வெண்ணை வலமிருந்து இடமாக இலக்கங்களை மாற்றிப்பெறப்படும் எண்ணை, முதலில் எடுத்துக் கொண்ட எண்ணுடன் கூட்டுக. இவ்வாறே தேவையான தடவைகள் செய்வோமாஞல் இருவழி ஒக்கும் எண் ஒன்று உருவாவதைக் காணலாம். கண்டு இன்புறலாம். பின் வரும் எடுத்துக் காட்டுகளைக் காண்க.

(எ.டு. 1) 69 என்ற எண்ணை எடுத்துக்கொள்வோம். வலமிருந்து இடமாக இலக்கங்களை மாற்றி எழுத உருவாகும் எண் 96.

69 + 96 = 165.

மீண்டும் இதனை (165ஐ) வலமிருந்து இடமாக இலக்கங்களை மாற்றி எழுதிக் கூட்டுக.

165 + 561 = 726

இவ்வாறே தேவையான தடவைகள் - அதாவது இருவழி ஒக்கும் எண் உருவாகும் வரைக்கும் செய்க.

726 + 627 = 1353

1353 + 3531 = 4884.

4884 என்பது இருவழி ஒக்கும் எண்ணாக உருவாகி மகிழ்விப்பதைக் காண்க.

(எ.டு. 2) 79 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொள்க.

79 + 97 = 176

176 + 671 = 847

847 + 748 = 1595

1595 + 5951 = 7546

7546 + 6457 = 14003

$$14003 + 30041 = \overrightarrow{\overleftarrow{44044}}.$$

44044 என்பது இருவழி ஒக்கும் எண்ணாக அமைந்து இன்புறுத்துவதைக் காண்க.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களுடன் மேலே விளக்கப்பட்ட முறையில் நீங்களும் விளையாடிப் பாருங்களேன்.

1.	87	11.	2873
2.	89	12.	1479
3.	68	13.	3578
4.	96	14.	6547
5.	268	15.	7836
6.	347	16.	1268
7.	695	17.	1492
8.	784	18.	1963
9.	579	19.	4492
10.	836	20.	5687

2. எண்கள் எல்லாம் ஒரு நிறையே!

பாட்டுக் கொரு புலவன் பாரதி நாட்டு விடுதலைக்காகப் பாடிய பாடல்களில் அன்று மக்களிடையே மண்டிக் கிடந்த தாழ்வு மனப்பான்மையையும் வேற்றுமை உணர்ச்சியையும் வேரோடு களைந்தெறிய எண்ணற்ற எழுச்சிமிகு கருத்துக்களை ஏற்றிப் பாடினன் தாழ்வுற்று வறுமை மிஞ்சி விடுதலை தவறிக் கெட்டுப் பாழ்பட்டு நின்ற பாரத தேசத்தினைத் தன் பாடல்களால் வீறுகொண்டு எழச் செய்தான். அவன் பாடிய பாடல்களில் ஒன்று

"எல்லாரும் ஓர் குலம் எல்லாரும் ஓரினம்
எல்லாரும் இந்திய மக்கள்

எல்லாரும் ஓர்நிறை எல்லாரும் ஓர்விலை
எல்லாரும் இந்நாட்டு மன்னர்"

என்பது. இதன் மூலம் இந்திய மக்களிடம் அன்று வேர்கொண்டிருந்த உயர்ந்தவர் தாழ்ந்தவர் என்ற வேற்றுமை மனப்பான்மைக்கு வேட்டுவைத்துத் தகர்த்தெறிந்துவிட்டு ஒற்றுமைப் பயிர் வளர்க்கக் கவிதை நீர் பாய்ச்சினன். வான்புகழ் கொண்ட வள்ளுவனும் அன்றே "பிறப்பொக்கும் எல்லா உயிர்க்கும்" என்றுதெளிவாகச் சுட்டிச் சென்றுன்.

மனித குலத்திலே எங்ஙனம் வேற்றுமை இல்லையோ அதே போல எண்குலத்திலும் வேற்றுமை இல்லை என எண்கள் பகருகின்றன. "எண்கள் எல்லாம் ஒரு நிறையே" என்றும் அவை அறைகின்றன. அவை எப்படி அதனைக் காட்டுகின்றன என்பதைக் காண்போம்.

ஏதேனும் நான்கு எண்களை எடுத்துக் கொள்க. இரண்டிரண்டு எண்களாக எடுத்துக் கொண்டு அவைகளின் வித்தியாசத்தைக் காண்க. வித்தியாசம் காணும்பொழுது முதல் எண் இரண்டாவது எண், இரண்டாவது எண் மூன்றாவது எண், மூன்றாவது எண் நான்காவது எண், நான்காவது எண் முதல் எண் என்ற வகையில் இரண்டிரண்டு எண்களாக எடுத்துக் கொண்டு வித்தியாசம் காண்க. இவ்வாறு கிடைக்கின்ற எண்களையும் முன் கூறியபடியே வித்தியாசம் காண்க. வித்தியாசம் காண்பதைத் தேவையான தடவைகள் செய்க. அந் நிலையில் நான்கு எண்களும் ஒரே எண்களாகக் கிடைக்கும். நான்கு எண்களும் ஒரே எண்களாக இருப்பதால் அவைகளுக்குள் வேற்றுமை ஏதும் இல்லை; மேலும் அவை எல்லாம் ஒரு நிறை என்பதையும் காட்டி விட்டன அல்லவா?

(எ.டு. 1) 93, 5, 21, 50 என்ற ஏதேனும் நான்கு எண்களை எடுத்துக் கொள்க. இவைகளில் இரண்டிரண்டு எண்களாக எடுத்துக்கொண்டு வித்தியாசம் கண்டு செல்க.

(93—5); (21—5); (50—21); (93—50) என்றபடி.

88; 16; 29; 43;
72; 13; 14; 45
59; 1; 31; 27
58; 30; 4; 32
28; 26; 28; 26
2; 2; 2; 2.

எடுத்துக் கொண்ட எண்கள் எப்படி இருப்பினும் இறுதியில் கிடைக்கின்றவை ஒரே எண்களாக அமைந்து "எண்கள் எல்லாம் ஒரு நிறையே" என்பதை உணர்த்தி நம்மை மகிழ்விப்பதைக் காண்க. [எதற்கு நான்கு எண்களை எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்? என்று நீங்கள் கேட்பது என் செவிகளில் விழுகிறது. உலக வழக்கில் எதற்கெடுத்தாலும் "நான்கு பேரைப் பார்த்து நடந்துகொள்; நான்கு பேரைக் கேள்; நான்கு பேர் சென்ற வழியே செல்; நான்குபேர் என்ன சொல்வார்கள்" என்றெல்லாம்

நான்குபேரைத் தானே சுட்டுகின்றார்கள். அவ்வாறே இங்கும் நான்கு எண்களை எடுத்துக் கொண்டு பார்ப்பதாக வைத்துக் கொள்ளுங்களேன்.]

''எண்கள் எல்லாம் ஒரு நிறையே'' என்று கூறும் பின் வரும் எண்களிடத்தில் சற்று விளையாடிச் சரிபாருங்களேன்.

1.	37;	64;	18;	79.
2.	125;	279;	14;	100.
3.	3;	62;	7;	86.
4.	42;	69;	1;	18.
5.	74;	61;	9;	103.
6.	89;	121;	15;	57.
7.	21;	93;	46;	68.
8.	33;	0;	65;	83.
9.	14;	99;	2;	29.
10.	58;	83;	11;	36.

3. அஞ்சுமுகம் தோன்றில் ஆறுமுகம் தோன்றும்! மூன்று எண்ணில் ஆறு தோன்றும்!

முருக பக்தர்கட்குத் திருமுருகாற்றுப்படை ஒரு தெய்வீக மான நூல். பாராயணம் செய்தலும் பழக்கமே. நக்கீரர் பாடி யருளிய அத் திருமுருகாற்றுப்படைப் பாடலுடன் சில வெண்பாக் களும் இறுதியில் உண்டு. அதில் ஒருபாடல்:

அஞ்சுமுகம் தோன்றின் ஆறுமுகம் தோன்றும்
வெஞ்சமரில் அஞ்சலென வேல்தோன்றும் - நெஞ்சில்
ஒருகால் நினைக்கின் இருகாலும் தோன்றும்
முருகா வென்றோதுவார் முன்.'' என்பது.

பக்தர்களுக்கு அச்சம் ஏற்பட்டு அஞ்சுமுகம் தோன்றினால் அவ்வச் சத்தைப் போக்கி ஆறுதல் அளிக்கும் வகையில் முருகன் தன் ஆறு முகத்துடன் தோன்றி அருள்புரிவான் என்பது கருத்து.

இவ்வாறே ஒருவகை எண் விளையாட்டில் எப்பொழுதும் 6 என்ற எண் தோன்றி நமக்கு ஆறுதலளித்து மகிழ்வூட்டுகின்றது. அதைக் காண்போம்,

மூன்றின் மடங்காக உள்ள எந்த ஒரு எண்ணையேனும் எடுத்துக் கொள்க. அதற்கு முந்தின இரண்டு எண்களை (எடுத்துக் கொண்ட எண்ணிலிருந்து ஒன்று ஒன்றாகக் கழித்து வரும் எண்களை) எடுத்துக் கொண்ட எண்ணுடன் கூட்டுக. கூட்டுத் தொகையாகக் கிடைக்கும் எண்ணிலுள்ள இலக்கங்களை ஒன்றுடன் ஒன்றாகக் கூட்டுக. இவ்வாறே ஓரிலக்க எண் வரும்வரை கூட்டுக. கடைசியாகக் கிடைக்கும் எண் எப்பொழுதும் 6 ஆகவே இருந்து நமக்கு ஆறுதலளித்து இன்பமூட்டும்.

(எ.டு.) 29,736 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம். இவ்வெண் 3-இன் மடங்கு என்பதைக் காணலாம். (3-ஆல் வகுபடும் தன்மை உடையது).

29,736
29,735
29,734
———
89,205
———

கூட்டுத் தொகையாகிய 89205-இல் உள்ள இலக்கங்களைக் கூட்டுக.

$$8 + 9 + 2 + 0 + 5 = 24$$
$$2 + 4 = 6$$

இவ்வுண்மையினை 3-இன் மடங்காக உள்ள சிறிய எண்களைக் கொண்டும் சரிபார்க்கலாம்.

(எ. டு.) 48 என்ற 3-இன் மடங்கு எண்ணை எடுத்துக் கொள்க.

48
47
46
——
141
——

கூட்டுத்தொகை 141-இன் இலக்கங்களைக் கூட்டுக:

$$1 + 4 + 1 = 6$$

எண் விளையாட்டுப் பயிற்சி ;

"மூன்று எண்ணில் ஆறு தோன்றும்" உண்மையை 3-இன் மடங்காக உள்ள எந்த ஓர் எண்ணைக் கொண்டு தொடங்கியும் செய்யலாம்.

1000-க்கு மேற்பட்ட 3-இன் மடங்கு எண்களாக எடுத்துக் கொண்டு இவ்வுண்மையைச் சோதித்து விளையாடி மகிழ்க.

4. எப்பொழுதும் பெரியார் பக்கமே!

"சிற்றினம் சேராமை", "பெரியாரைத் துணைக் கோடல்" என்ற இரு அதிகாரங்களிலும் திருவள்ளுவர் சிற்றினம் சேர்வதால் நமக்கு வருகின்ற துன்பங்களையும் கேடுகளையும் எடுத்துக்கூறிப் பெரியாரை நாம் துணைக்கொள்வதால் பெறும் பெரிய பயன்களை யும் மிக அழகாக விரிவாக எடுத்து விளக்குவார். பெரியாரைப் போற்றித் தமக்குச் சுற்றத்தாராக்கிக் கொள்ளுதல் நாம் பெறத் தக்க அரிய பேறுகள் - செல்வங்கள் - எல்லாவற்றிலும் சிறந்த தாகும். தம்மைவிட அறிவு முதலியவற்றால் பெரியவர் தமக்குச் சுற்றத்தாராகுமாறு நடத்தல் வல்லமை எல்லாவற்றிலும் சிறந்த தாகும்.

சேர்ந்த நிலத்தின் இயல்பால் நீர் வேறுபட்டு அந்நிலத்தின் தன்மையுடையதாகும். அதுபோல் மக்களுடைய அறிவு சேர்ந்த இனத்தின் இயல்பினை உடையதாகும்.

மனத்தின் தூய்மை, செய்யும் செயலின் தூய்மை ஆகிய இவ்விரண்டும் சேர்ந்த இனத்தின் தூய்மையைப் பொறுத்தே ஏற்படும்.

நல்ல இனத்தைவிடச் சிறந்ததாகிய துணையும் உலகத்தில் இல்லை; தீய இனத்தைவிடத் துன்பப்படுத்தும் பகையும் இல்லை.

பெரியோரின் இயல்பு சிற்றினத்தை அஞ்சி ஒதுக்கும்; சிறியோ ரின் இயல்பு அதையே சுற்றமாக எண்ணித் தழுவிக் கொள்ளும்.

மேலே காட்டியுள்ள கருத்துக்களிலிருந்து சிற்றினத்தை ஒதுக்கிப் பெரியோரைத் தமராகப் பேணிக்கொள்ள வேண்டியதன் கட்டாயம் செம்மையாக உணரத்தகும். வையத்துள் வாழ்வாங்கு வாழும் வகைகளுள் ஒன்று பெரியாரைத் தேடி அவரைச் சுற்ற மாகக்கொண்டு ஒழுகும் இயல்பு ஆகும்.

எண்களில் இத்தகைய உயர்ந்த தன்மை இருப்பதனைப் பின் வரும் எடுத்துக்காட்டால் உணரலாம். எண்கள் நமக்கு உணர்த்து கின்ற கருத்து சான்றோர்கள் அன்றிலிருந்து இன்றுவரை நமக்கு அறிவுறுத்தி வருகின்ற கருத்தினை ஒத்துள்ளது என்பதை அறியும் போது இன்பம் உண்டாகின்றது.

"எப்பொழுதும் பெரியார் பக்கமே" என்பதனை எண்கள் ஏங்ஙனம் உணர்த்துகின்றன என்பதைக் காண்போம்.

ஏதேனும் இரண்டு எண்களைத் தேர்ந்து கொள்க. இரு எண்களின் கூடுதலில் பாதியையும், இரு எண்களின் வித்தியாசத்தில் பாதியையும் கூட்டுக. வருகின்ற விடை எடுத்துக்கொண்ட எண்களிரண்டில் பெரியதாகவே எப்பொழுதும் இருக்கும்.

(எ. டு.) 17; 23 என்ற இரு எண்களை எடுத்துக்கொள்வோம்.

I இரு எண்களின் கூடுதலில் பாதி $= \frac{17 + 23}{2} = \frac{40}{2} = 20$

II இரு எண்களின் வித்தியாசத்தில் பாதி $= \frac{23 - 17}{2} = \frac{6}{2} = 3$

இரு பாதிகளின் கூடுதல் I + II = 20 + 3 = 23

23 என்பது நாம் எடுத்துக்கொண்ட எண்கள் இரண்டில் பெரியது என்பதைக் காணலாம்.

எண் உணர்த்தும் இவ்வுண்மையினை—எப்பொழுதும் பெரியார் பக்கம் சேரும் இயல்பினை—நாமுணர்ந்து பார்க்க வேண்டாமா?

இந்தக் கருத்தின் உண்மையினை வேறு பல இருஎண்களைக் கொண்டு சோதித்து மகிழ்க.

எண்ணோடு விளையாடும் விளையாட்டுகள் இன்பமுடன் பயனும் சேர்க்கும் விளையாட்டுகள் என்பதை ஓர்க.

5. உன் பிறந்த தேதி நானறிவேன்!

ஒருவரின் பிறந்த தேதி அவருடைய வாழ்க்கை ஏட்டில் குறிப்பிடத்தக்க ஒன்றாகும். ஒவ்வொருவரும் தம்முடைய பிறந்த தேதியைப் பெருமையாக எண்ணுவர். ஆண்டுதோறும் தம் முடைய பிறந்த நாளைக் கோலாகலமாகக் கொண்டாடி மகிழும செல்வர்களும் உண்டு. பிறந்தநாளைப் பற்றிய சிந்தனையே இல்லாமல், 'ஏன் பிறந்தோம் இவ்வுலகில்?' என்று தன் பிறப்பையே நொந்துகொண்டு அன்றாடம் பிழைப்புக்கே வழியின்றிப் போராடிச் சாகும் ஏழைகளும் உண்டு.

நண்பர்களின் பிறந்த தேதியை நாம் நினைவில் கொண்டு அன்று அவருக்கு வாழ்த்துக் கூறினால் அவருக்கும் மகிழ்வாக இருக்கும்; நட்பும் நெருக்கமாகும். எண் சோதிடத்தில் ஒருவரின்

பிறந்த தேதியைக் கொண்டு அவரின் எதிர்காலத்தையும் வாழ்க்கையில் நடந்த நிகழ்ச்சிகளையும் கணிக்கலாம் என்றும் கூறுவர்.

பின்வரும் எண்விளையாட்டின் மூலம் உங்களுடைய நண்பரிடம் அவர்தம் பிறந்த தேதியை மறைமுகமான வழியில் அறிந்து அவரையே வியப்படையச் செய்து மகிழ்விக்கலாம்.

உங்கள் நண்பரின் பிறந்த தேதியில் உள்ள தேதி எண்ணை 100-ஆல் பெருக்கச் சொல்லுங்கள். இப் பெருக்குத்தொகையுடன் மாத எண்ணைக் கூட்டச் சொல்லுங்கள். இக் கூட்டுத்தொகையினை 2-ஆல் பெருக்கிப் பின்னர் 8-ஐக் கூட்டச் சொல்லுங்கள். கூட்டுத்தொகையை 5-ஆல் பெருக்கிப் பின் 4-ஐக் கூட்டச் சொல்லுங்கள். இக் கூட்டுத்தொகையுடன் பிறந்த வருடத்தைக் கூட்டச் சொல்லுங்கள். விடையைக் கூறும்படி கேளுங்கள்.

உங்கள் நண்பரின் பிறந்த தேதியைக் காணும் விதம் :

நண்பர் கூறிய எண்ணிலிருந்து 444-ஐக் கழிக்கவும். கிடைக்கும் எண்ணை வலதுபுறமிருந்து இரண்டிரண்டு இலக்கங்களாகப் பகுத்துக் கொள்க. வலமிருந்து முதலாவதாக உள்ள இரண்டிலக்கம் பிறந்த ஆண்டையும் அடுத்துள்ள இரண்டிலக்கம் மாத எண்ணையும். மீதமுள்ள இலக்கம் அல்லது இலக்கங்கள் தேதியையும் குறிக்கும்.

(எ. டு.) உங்கள் நண்பரின் பிறந்த தேதி 21-9-1932 என்போம்.

1.	பிறந்த தேதியை 100-ஆல் பெருக்க 21 × 100	= 2100
		+9
2.	பெருக்குத் தொகையுடன் மாத எண்ணைக் கூட்ட	2109
		×2
3.	இந்தக் கூட்டுத் தொகையை 2-ஆல் பெருக்க	= 4218
		+ 8
4.	பெருக்குத் தொகையுடன் 8-ஐக் கூட்ட	4226
		× 5
5.	இக் கூட்டுத் தொகையை 5-ஆல் பெருக்க	21130
		+ 4
6.	இத்துடன் 4-ஐக் கூட்ட	21134
		× 10
7.	இக் கூட்டுத் தொகையை 10-ஆல் பெருக்க	211340
		+ 4
8.	இத்துடன் 4-ஐக் கூட்ட	211344

9. இக் கூட்டுத் தொகையுடன் பிறந்த ஆண்டின் கடைசி இரண்டு இலக்கங்களாகிய 32-ஐக் கூட்ட

$$\begin{array}{r} +\ 32 \\ \hline 211376 \\ \hline \end{array}$$

நண்பர் கூறும் எண் 211376

நண்பரின் பிறந்த தேதியைக் கண்டுபிடிக்க அவர் கூறிய எண்ணிலிருந்து 444-ஐக் கழிக்கவும்.

211376 — 444 = 210932

கழித்துக் கிடைக்கும் எண்ணை வலமிருந்து இடமாக இரண்டு இரண்டிலக்கங்களாகப் பகுக்கவும்.

பகுக்கக் கிடைப்பது 21, 09, 32

எனவே உங்கள் நண்பரின் பிறந்த தேதி 21-9-32.

உங்கள் நண்பர்களுடன் இந்த எண் விளையாட்டை விளையாடி அவர்களை வியப்பில் ஆழ்த்தி மகிழுங்கள்.

6. நிலையில் திரியாது அடங்கியான் தோன்றுவேன்!

அடக்கமுடைமையின் பெருமையினையும் அடக்கமுடையவனின் சிறப்புக்களையும் கூறுகின்ற வள்ளுவர்

''நிலையில் திரியாது அடங்கியான் தோற்றம்
மலையினும் மாணப் பெரிது''

என்கிறார். தன்நிலையிலிருந்து மாறுபடாமல் அடங்கி ஒழுகுவோனுடைய உயர்வு, மலையின் உயர்வைவிட மிகவும் பெரிதாகும்.

பின்வரும் எண்விளையாட்டில் 1089 என்ற எண் தன் நிலையிலிருந்து மாறுபடாமல் அடங்கி இருந்து இறுதியில் தோன்றி மகிழ்விக்கும் பெற்றிமை காண்க.

ஏதேனும் ஒரு மூன்றிலக்க எண்ணை எடுத்துக் கொள்க. அவ்வெண்ணில் நூறும் இலக்கத்திற்கும் ஒன்றும் இலக்கத்திற்கும் உள்ள வித்தியாசம் ஒன்றுக்குக் கூடுதலாக இருக்கட்டும். அவ்வெண்ணை வலமிருந்து இடமாக மாற்றி அமைத்து மற்றொரு எண்ணை உருவாக்கி, இரு எண்களுக்கும் உள்ள வித்தியாசத்தைக் காண்க. இப்படிக் கிடைக்கும் எண்ணை மீண்டும் வலமிருந்து இடமாக மாற்றி அமைத்து மற்றொரு எண்ணை உருவாக்குக. பின்னர் கடைசியில் கிடைத்த இரு எண்களையும் கூட்டுக. இக் கூட்டுத்தொகை எப்பொழுதும் 1089 ஆகவே வரும்.

(எ. டு.) 742 - என்ற மூன்றிலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொள்வோம்.

வலமிருந்து இடமாக இலக்கங்களை மாற்றி அமைப்பதால் உருவாகும் எண் 247.

742 − 247 = 495

இந்த 495-ஐ வலமிருந்து இடமாக இலக்கங்களை மாற்றி அமைக்க உருவாகும் எண் 594.

495 + 594 = 1089

எந்த ஒரு மூன்றிலக்க எண்ணை எடுத்துக் கொண்டு மேலே கூறப்பட்டுள்ள முறையில் செய்தோமானால் எப்பொழுதும் 1089 என்ற எண்தான் கிடைக்கும். நிலையில் திரியாது அடங்கி இருந்து அழகாய்த் தோன்றும் அற்புத எண் இது. எண்ணின் அடக்கம் நமக்கு உணர்த்தும் பாடம்

"அடக்கம் அமரருள் உய்க்கும் அடங்காமை
ஆரிருள் உய்த்து விடும்"

என்பது அல்லவா?

பின்வரும் எண்களோடு விளையாடி மகிழுங்களேன் :

1. 432
2. 385
3. 617
4. 284
5. 572
6. 138
7. 713
8. 826
9. 679
10. 592

7. என் சோதிடமல்ல! இது எண் சோதிடம்!

பிறர் எண்ணியுள்ளதை நாம் அறிந்து கூறும் பொழுது அவர்கள் வியப்புடன் கூடிய மகிழ்ச்சி அடைகிறார்கள்; நம்மைப் பெருமையுடன் மதித்துப் போற்றுகிறார்கள். சோதிடர்களும், குறிபார்க்கிறவர்களும் பிறருடைய மனநிலையில் என்ன ஓடிக் கொண்டிருக்கிறது என்பதை நாடிக் கூறுகிறார்கள். பிறர் மனத்தைப் புரிந்து நடப்பதும், அவர் எண்ணியதை அறிந்து கூறுவதும்

நம்மைப் பிறரிடத்தில் உயர்த்திக் காட்டும் என்பது உலகியலில் நாம் காணும் உண்மை.

நண்பர்களிடம் பின்வரும் எண்சோதிடத்தின் திறம்காட்டி மகிழலாம்.

உனது நண்பனை பத்துக்குக் குறைவான இரண்டு எண்களை எண்ணிக் கொள்ளச் சொல். ஒரு எண்ணை 5-ஆல் பெருக்கி, அத்துடன் 5-ஐக் கூட்டச் சொல். கூட்டுத்தொகையினை 2ஆல் பெருக்கி 8-ஐக் கூட்டி எண்ணிய மற்றொரு எண்ணை அத்துடன் கூட்டச் சொல். விடையினை உன் நண்பர் உன்னிடம் கூறட்டும்

உன் நண்பர் கூறிய விடையிலிருந்து அவர் எண்ணிய இரண்டு எண்களையும் பின்வருமாறு கண்டுகொள்ளலாம். நண்பரின் விடையிலிருந்து 18 ஐக் கழி. இரண்டிலக்க எண்ணொன்று கிடைக்கும். அதிலுள்ள இரண்டு இலக்கங்களும்தான் உன்னுடைய நண்பன் எண்ணிய இரண்டு எண்கள்.

(எ டு.) உனது நண்பன் எண்ணியவை 4, 9 என்க.

இவற்றில் ஒரு எண்ணை அதாவது 4-ஐ 5-ஆல் பெருக்கி, அப்பெருக்குத் தொகையுடன் 5-ஐக் கூட்டினால் கிடைப்பது

$$4 \times 5 + 5 = 20 + 5 = 25.$$

கூட்டுத்தொகையினை 2ஆல் பெருக்கி அத்துடன் 8-ஐக் கூட்டி, கூடுதலுடன் எண்ணிய மற்றொரு எண்ணாகிய 9-ஐக் கூட்டினால் கிடைப்பது.

$$2 \times 25 + 8 + 9 = 50 + 8 + 9 = 67.$$

நண்பரின் விடை = 67

நண்பர் எண்ணிய எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க விடையிலிருந்து 18-ஐக் கழிக்க.

67 — 18 = 49 கிடைக்கிறது.

49-இல் உள்ள இலக்கங்களாகிய 4-உம் 9-உம் நண்பர் எண்ணிய இரண்டு எண்களாகும்.

இந்த எண்விளையாட்டினை உன் நண்பர்களோடு விளையாடி அவர்களை வியப்பில் ஆழ்த்தி மகிழ்விப்பதோடு, அவர்களிடத்தில் உனக்குள்ள மதிப்பையும் பெருக்கிக் கொள்க.

8. "விகடகவி" எண்களின் வகுபடுதன்மை!

இருவழி ஒக்கும் எண்கள் பற்றி முன்னர்க் கண்டோம். 88; 575; 6776; 23132 போன்ற எண்கள் இருவழி ஒக்கும் எண்கள் என்பதை நாம் அறிவோம். இவ்வகை எண்களைத்தான் "விகட கவி எண்கள்" என்று குறிப்பிட்டுள்ளோம்.

இரட்டைப் படை இலக்கங்கள் கொண்ட இருவழி ஒக்கும் எண்கள் தனித்தன்மை வாய்ந்தவைகளாக விளங்குகின்றன. அவைகள் 11-ஆல் வகுபடும் தன்மை கொண்டவையாக அமைந் துள்ளன.

எண்கணிதத்தில் எண்களின் வகுபடு தன்மைகள் (Tests of Divisibility of numbers) என்பது மிகவும் முக்கியமானதாகும். ஒரு எண்ணை வகுத்துப் பார்க்காமலேயே அவ்வெண்ணின் வகுபடு தன்மையைக் கண்டறியச் சுலபமான வழிமுறைகள் உண்டு.

ஒரு எண் 2-ஆல் வகுபட வேண்டுமானுல் அவ்வெண்ணின் கடைசி இலக்கம் 0, 2, 4, 6, 8 என்ற இரட்டைப் படை இலக்க மாக அமைந்திருக்க வேண்டும்.

ஒரு எண் 3-ஆல் வகுபட வேண்டுமானுல் அவ்வெண்ணிலுள்ள இலக்கங்களின் கூடுதல் 3-ஆல் வகுபட வேண்டும்.

இவ்வாறே ஒரு எண் 4-ஆல், 5-ஆல், 6-ஆல், 8-ஆல், 9-ஆல் வகுபடுமா என்று அறிய எளிய சோதனைகள் உண்டு என்பதை நீங்கள் அறிவீர்கள்.

ஒரு எண் 11-ஆல் வகுபடுமா என்று அறிய எளிய வழி அவ் வெண்ணிலுள்ள ஒற்றைப் படை இலக்கங்களின் கூடுதல் இரட் டைப்படை எண்களின் கூடுதல் இரண்டும் சமமாகவோ அதாவது இரண்டிற்கும் உள்ள வித்தியாசம் 0-ஆகவோ 11-இன் மடங்கா கவோ இருக்க வேண்டும்.

இரட்டைப் படை இலக்கங்கள் (Even number of digits) கொண்ட இருவழி ஒக்கும் எண் ஒன்றை எடுத்துக் கொண்டு அது 11-ஆல் வகுபடுகின்றதா என்பதைச் சோதித்துக் காண்போம்.

(எ. டு.) 1,49,22,941 என்ற எண்ணைக் காண்க.

இவ்வெண் 11-ஆல் மீதியின்றி வகுபடும். காரணம் ஒற்றைப் படை இலக்கங்களின் கூடுதல் = இரட்டைப் படை இலக்கங்களின் கூடுதல். அதாவது $1 + 9 + 2 + 4 = 4 + 2 + 9 + 1$ என அமைந்துள்ளது.

இவ்வாறே 6,390,770,936 என்ற எண்ணும் 11-ஆல் வகுபடும். இவ்வெண்ணும் இருவழி ஒக்கும் எண்ணாக அமைந்துள்ளதையும் இரட்டைப்படை இலக்கங்கள் கொண்ட எண்ணாக இருப்பதையும் காண்க

இத் தன்மையினை நன்கு மனத்தில் இருத்திக் கொண்டால் 11-ஆல் வகுபடும் எண்கள் எத்தனை வேண்டுமானாலும் வெகுவிரைவில் கூறிவிடலாம். [இரட்டைப் படை இலக்கங்கள் கொண்ட இருவழி ஒக்கும் எண்கள் 11-ஆல் வகுபடும் தன்மைகொண்டவை.]

உனது நண்பர்களிடம் 11-ஆல் வகுபடக் கூடிய மிகப்பெரிய எண்களை நொடிக்குள் கூறமுடியுமா என்று சவால்விட்டு அவர்கள் கூறமுடியாமல் திணறும் பொழுது நீ அவர்களிடம் இரட்டைப் படை இலக்கங்கள் கொண்ட இருவழி ஒக்கும் எண்களைக் கூறி அவை 11-ஆல் வகுபடுகின்றனவா என்பதைச் சோதித்துப் பார்க்கச் சொல். உன் நண்பர்கள் உனது கணித ஆற்றலைக் கண்டு வியந்து போவார்கள். மூக்கின்மேல் விரலை வைத்துக்கொண்டு ஆச்சரியத்தால் உன்னைப் பலபடப் பாராட்டுவார்கள்.

எண்களோடு விளையாடுவதே ஓர் இன்பமான விளையாட்டு என்பதை உணர்ந்து மகிழ்க.

9. சொல்லில் இரட்டைக் கிளவி! எண்ணில்...?

பலத்த புயற்காற்றில் மரங்கள் சடசடவெனச் சாய்ந்தன.
கத்தியால் சதக் சதக்கெனக் குத்தினான்.

இவ்வாக்கியங்களில் வந்துள்ள "சடசட", "சதக் சதக்" என்பவைகளைத் தமிழ் இலக்கணத்தில் இரட்டைக் கிளவி எனக் கூறுவோம். இதுபோல எண்களிலும் இரட்டிக் கிளக்கும் எண்கள் உண்டு. 6363; 457457; 13521352 என்ற எண்களை இரட்டிக் கிளக்கும் எண்கள் எனலாம். விகடகவி எண்களைப் போல இரட்டிக் கிளக்கும் எண்களிலும் ஒரு தனித்தன்மை அமைந்துள்ளது.

மூன்றிலக்க எண் ஒன்றை எழுதுக. அதற்கு வலப்புறத்தே மீண்டும் அதே எண்ணை எழுதி ஒரு ஆறிலக்க எண்ணை உருவாக்குக. இது ஆறிலக்கங்கள் கொண்ட இரட்டிக்கிளக்கும் எண் எனலாம். இவ்வாறு உருவான எண்கள் 11-ஆல் வகுபடும் தன்மை உடையனவாக இருக்கும். அதுமட்டுமல்ல அவை 11-ஆல் மட்டுமின்றி 7-ஆலும் 13-ஆலும் மீதியின்றி வகுபடும். ஆறிலக்கங்கள் கொண்ட இரட்டிக் கிளக்கும் எண்கள். 7-ஆல், 11-ஆல்,

13-ஆல் வகுபடக் கூடியவையாக இருக்கும் என்பதைச் சோதித்து மகிழலாம்.

(எ. டு.) 2,7?,279; 4,57,457 — என்ற இவ்விரண்டு எண்களும் ஆறிலக்கங்கள் கொண்டஇரட்டிக் கிளக்கும் எண்களாகும். ஒவ்வொன்றும் 7, 11, 13-ஆகியவைகளால் வகுபடும் என்பதைத் தனித்தனியே சோதித்துப் பார்த்து மகிழுக.

உன் நண்பர்களிடம் 7, 11, 13 ஆகியவைகளால் வகுபடக் கூடிய எண்ணைக் கூறமுடியுமா என்று சவால்விட்டு அவர்களால் கூறமுடியாதபொழுது நீ கூறி அவர்களை வியப்புக் கடலில் ஆழ்த்தலாம்.

10. இறந்தது மீண்டும் பிறக்கும் மறைந்தது மீண்டும் தோன்றும்!

"உறங்கு வதுபோலும் சாக்காடு உறங்கி
விழிப்பது போலும் பிறப்பு"

என்றார் வள்ளுவர். இறப்பும் பிறப்பும் உறக்கமும் விழிப்பும்போல. பிறந்தது இறப்பதும் இறந்தது மீண்டும் பிறப்பதும், உலகத்து இயற்கை. இவ்வாறெல்லாம் தத்துவஞானிகள் உண்மைவிளக்கம் உரைப்பர்.

வள்ளுவர் உறக்கத்திலும் விழிப்பிலும் வைத்து உணர்த்திய இறப்பு பிறப்புத் தத்துவத்தைப் புறநானூற்றுப் புலவன் தேய்பிறை அமாவாசை வளர்பிறை பௌர்ணமி என்று மாறிமாறி வரும் நிலவு மூலம் உணர்த்துவான்.

நம் உலகில் மட்டும்தானா இறந்தது மீண்டும் பிறப்பதும், மறைந்தது மீண்டும் தோன்றுவதும் உண்மை. எண்ணுலகிலும் இதுவே உண்மை என்பதைப் பின்வரும் எண்விளையாட்டில் காணலாம்.

மூன்றுக்கு மேற்பட்ட இலக்கங்கள் கொண்ட எண் ஒன்றை எடுத்துக் கொள்க. வலமிருந்து இடமாக இலக்கங்களை மாற்றி எழுதிப் புதிய எண் உருவாக்குக. பெரிய எண்ணிலிருந்து சிறியதைக் கழிக்க. கழித்துக் கிடைக்கும் எண்ணை நீ தேர்ந்துகொண்ட ஏதாவது ஒரு எண்ணால் பெருக்குக. பெருக்குத் தொகையில் 0-ஐத் தவிர வேறு இலக்கங்களில் எதையேனும் ஒரு இலக்கத்தை

அழித்துவிடுக. மீதியுள்ள எண்ணைப் படிக்கவும். நீ அழித்த அவ் விலக்கத்தை நான் மீண்டும் பிறக்கச் செய்கிறேன். எப்படி எனக் காண்போம்.

(எ. டு.) 8614 என்ற நான்கு இலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொள்க. வலமிருந்து இடமாக இலக்கங்களை மாற்றி எழுத உருவாகும் எண் 4168.

பெரிய எண்ணிலிருந்து சிறியதைக் கழிக்கக் கிடைப்பது :

$$\begin{array}{r} 8614 \\ 4168 \\ \hline 4446 \\ \times 8 \\ \hline 35568 \end{array}$$

கழித்துக் கிடைத்துள்ள 4446-ஐ தேர்ந்துகொண்டு 8 என்ற எண்ணால் பெருக்கக் கிடைப்பது 35,568.

இந்த 35568 என்ற எண்ணில் 6-என்ற இலக்கத்தை அழித்துவிடுவதாகக் கொள்வோம். இறுதியில் படிக்கப்படும் எண் 3558.

இதில் உள்ள இலக்கங்களைக் கூட்டுக. ஓரிலக்க எண் கிடைக்கும்வரை கூட்டிச் செல்க. அவ்வாறு கிடைக்கும் எண்ணை 9-இலிருந்து கழித்தால் கிடைப்பதுதான் நீ அழித்த எண்ணாகும்.

$$3 + 5 + 5 + 8 = 21; \ 2 + 1 = 3$$
$$9 - 3 = 6$$

இவ்வாறு நீ அழித்த எண்ணைக் கண்டு, அதனை மீண்டும் தோன்றச் செய்வேன்.

இந்த எண்விளையாட்டை நீ உன் நண்பர்களிடம் விளையாடி மகிழலாம்.

11. ஒன்று கொடுத்தால் இரண்டு தருவேன்!

"Give and take policy is the best policy" என்று ஆங்கிலத்தில் கூறுவார்கள். மனிதன் தன்னால் இயன்றதைப் பிறர்க்குக் கொடுத்தும் பிறரிடமிருந்து தனக்குத் தேவையானதைப் பெற்றுமே வாழவேண்டியவனாக இருக்கிறான். விட்டுக்கொடுத்துப்பெற்று மகிழும் தன்மை ஒருவருக்கு வாய்க்கப் பெற்றால் அவருடைய வாழ்க்கை இன்பமயமாக இருக்கும் என்பது வெள்ளிடை மலை.

கொடுக்கும் குணமுடையவனுக்கு நிறையவே கிடைக்கவும் வாய்ப்புண்டு. கொடுக்க அறிந்தவன்தான் பெறுவதற்கும் அருகதை உடையவனுகிருன். இதனுல்தான் ஈகையின் சிறப்பை உணர்த்த வந்த வள்ளுவரும்,

"ஈத்துவக்கும் இன்பம் அறியார்கொல் தாமுடைமை
வைத்துழக்கும் வன்க ணவர்"

என்று சிறிது காட்டமாகவே கேட்கிருர். இளமையிலேயே நாம் கொடுக்கும் குணமுடையவர்களாக வளரவேண்டும் என்பதை உணர்த்தவே ஔவையும் "ஈவது கரவேல்" என்று ஆத்திசூடி மூலம் அறிவுறுத்தினர்.

எண்ணுலகிலும் ஒன்று கொடுப்பார் இரண்டு பெறுவர். இக்கூற்றின் உண்மையைப் பின்வரும் எண் விளையாட்டால் அறியலாம்.

ஏதேனுமொரு மூன்றிலக்க எண்ணை எடுத்துக் கொள்க. நூரும் இலக்கமும் ஒன்ரும் இலக்கமும் வேறுபட்ட இலக்கங்களாக இருக்கட்டும். வலமிருந்து இடமாக இலக்கங்களை மாற்றியமைத்து ஒரு புதிய எண்ணை உருவாக்குக. பெரிய எண்ணிலிருந்து சிறியதைக் கழிக்க. கழித்து வந்துள்ள எண்ணில் ஒன்ரும் இலக்கம் அல்லது நூரும் இலக்கம் என்னவென்று கூறிஞல் மற்ற இரண்டு இலக்கங்களையும் நான் கூறிவிடுவேன். அதாவது ஒன்று கொடுத்தால் இரண்டு பெறலாம். எப்படி?

(எ. டு.) 753 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொள்க.

மாற்றியமைக்கக் கிடைப்பது 357

$$753 - 357 = 396$$

கழித்து வரும் எண்ணில் பத்தாம் இலக்கம் எப்பொழுதும் 9 ஆகவே இருக்கும். ஆகவே ஒன்ரும் இலக்கமாகிய 6-ஐக் கூறிஞல், அதை 9-இலிருந்து கழித்து வரும் எண் (9 — 6 = 3) அதாவது 3 நூருமிலக்கமாக இருக்கும். நூரும் இலக்கம் கொடுத்தால் அதை 9-இலிருந்து கழிதது வரும் எண்தான் ஒன்ருமிலக்கமாக இருக்கும்.

எனவே 6 என்ற ஒன்ரும் இலக்கத்தைக் கொடுத்தால் நூரும் இலக்கம் 3, பத்தாமிலக்கம் 9 என்றும் கூறிவிடலாம்.

இவ்வாறே 3 என்ற நூரும் இலக்கத்தைக் கொடுத்தால் ஒன்ரும் இலக்கம் 6, பத்தாமிலக்கம் 9 என்றும் கூறிவிடலாம்.

இந்த எண்விளையாட்டை உங்கள் நண்பர்களுடன் ஆடி மகிழ்க.

12. என் ஜாலமல்ல, இது எண் ஜாலம்!

மந்திரத்தால் மாங்காய் விழாது என்பது பழமொழி. மந்திர வாதிகள் செய்கின்ற ஜாலங்கள் — வித்தைகள் — அனைத்தும் அவர்களின் தந்திரத்தாலும் கைத்திறனாலும் செய்வதுதான் என்பது அனைவரும் அறிந்ததே. இருப்பினும் மந்திரவாதிகள் செய்கின்ற தந்திரக் காட்சிகளை — ஜால வித்தைகளைக் கண்டு மகிழ்வதும், அவர்தம் திறமைகண்டு வியப்பதும் நம்முடைய இயல்பு ஆகும்.

எங்ஙனம் மந்திரவாதிகள் தங்கள் திறமையால் ஜாலங்கள் புரிந்து மக்களை மகிழ்விக்கிறார்களோ அதேபோல் நாமும் எண் களின் இயல்பினைப் புரிந்துகொண்டால் எண்ஜாலம் புரிந்து நம் முடைய நண்பர்களை மகிழ்விக்கலாம். பின்வரும் எண்ஜாலம் நண்பர்களை மகிழ்விப்பதோடு அவர்களை வியப்பிலும் ஆழ்த்தும் என்பது திண்ணம்.

ஒற்றைப்படை இலக்கங்கள் கொண்ட ஏதேனும் ஓர் எண்ணை எடுத்துக்கொள்க. வலமிருந்து இடமாக இலக்கங்களை மாற்றி எழுதிப் புதிய எண் ஒன்றை உருவாக்குக. பெரிய எண்ணிலிருந்து சிறியதைக் கழிக்க. கழித்து வந்த மீதியை நீ தேர்ந்துகொண்ட எந்த ஒரு எண்ணாலாகிலும் பெருக்கு. பெருக்குத் தொகையில் இறுதி இலக்கங்கள் 0-ஆக இருந்தால் அவைகளை அடித்துவிடுக. பின்னர் கடைசி இரு இலக்கங்களை அடித்துவிட்டு மீதமுள்ள எண்ணை என்னிடம் கூறுக. நீ அடித்த இரு இலக்கங்களும் என்ன என்பதை உடனே கூறுகிறேன். எப்படி?

நீ கூறிய எண்ணுடன் இரு சுன்னங்களை இணைத்து அதனை 99-ஆல் வகுத்துக் கிடைக்கும் மீதியை 99-இலிருந்து கழித்தால் கிடைக்கும் எண், நீ அடித்த இரண்டு இலக்கங்களாக இருக்கும். இது என் ஜாலமல்ல, எண் ஜாலம் என்பதை உணர்க; உணர்ந்து மகிழ்க.

(எ. டு.) 298 என்ற எண்ணை எடுத்துக்கொள்வோம்.

இலக்கங்களை வலமிடமாக மாற்றி அமைக்க 892

$$892 - 298 = 594$$

594-ஐ 45 என்ற தேர்ந்துகொண்ட எண்ணால் பெருக்கு வோம்.

$$594 \times 45 = 26730$$

கடைசியில் உள்ள 0-ஐ நீக்கிவிடுக. பின்பு உள்ள எண் 2673-இல் கடைசி இலக்கங்கள் இரண்டை, அதாவது 73-ஐ அடித்துவிடு. ஆகவே என்னிடம் கூறுவது 26.

நான் 26 உடன் இரண்டு சுன்னங்களை இணைத்து 2600 என ஆக்கி அதனை 99-ஆல் வகுத்து மீதி காண்பேன். மீதி 26. இதனை 99-இலிருந்து கழிக்க நீ அடித்த எண் கிடைக்கும்.

$$99 - 26 = 73$$

எனவே நீ அடித்த எண் 73 ஆகும்.

(எ. டு. 2) 743 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம்.

$$743 - 347 = 396$$

$$396 \times 23 = 9108$$

(23 என்பது தேர்ந்துகொண்ட ஏதோ ஒரு எண்)

9108 - என்ற எண்ணில் கடைசி இரு இலக்கங்களாகிய 08 இரண்டையும் அடித்துவிடு. கூறுவது 91. இத்துடன் இரு சுன்னங்களை இணைத்து 9100 என ஆக்குக.

9100-ஐ 99-ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதி 91. $99 - 91 = 8$ எனவே அடித்த எண் 08 என்று இரண்டிலக்க எண்ணைக் கூற வேண்டும்.

உனது நண்பர்களுடன் இந்த எண்ஜாலத்தைக் காட்டி மகிழ்வித்து நீயும் மகிழ்க.

13. ஏழுக்கும் மூன்றுக்கும் என்ன தொடர்பு ?

வடிவ கணிதத்தில் 30°, 60° ஆகியவைகளை ஒன்று பிறிதொன்றின் நிரப்புக்கோணம் என்போம். $30° + 60° = 90°$.

ஒரு கோணத்தின் நிரப்புக் கோணம் காண அத்துடன் எக்கோணத்தைக் கூட்டினால் 90° அதாவது செங்கோணம் கிடைக்குமோ அக்கோணத்தைக் கண்டு கூறவேண்டும்.

20°-இன் நிரப்புக் கோணம் 70°

35°-இன் நிரப்புக் கோணம் 55°

இவ்வாறே பத்து என்ற எண்ணை அடிப்படையாகக் கொண்டால் 7-இன் நிரப்பு எண் 3 என்று கூறலாம். அதேபோல 3-இன் நிரப்பு எண் 7 என்றும் ஆகும். இவ்வகையில் 7, 3 இரண்டிற்கும்

ஒரு தொடர்பு கூறலாம். ஆனால் நாம் கீழே காணப்போவது ஒரு புதுமையான தொடர்பு. என்ன அந்தத் தொடர்பு?

ஒரு எண் 7-ஆல் வகுபடுமா என்று சோதித்து அறிய அவ்வெண்ணை 3-இன் அடிமானத்தில் உருவான எண்ணாகக் கருதிக் கணக்கிட்டு அவ்வாறு கிடைக்கும் தொகை 7-ஆல் வகுபட்டால் கொடுத்துள்ள எண்ணும் 7-ஆல் வகுபடும் என்றும், வகுபடவில்லை என்றால் கொடுத்த எண்ணும் 7-ஆல் வகுபடாது என்பதுவே அத்தொடர்பு. இது எங்ஙனம் என்பதை இரு எடுத்துக்காட்டுக்களால் காணலாம்.

(எ. டு. 2) 161 - என்ற எண் 7-ஆல் வகுபடுமா ?

161-ஐ 3-இன் அடிமானத்தில் எழுதப்பட்டதாகக் கருதிக் கணக்கிடுக.

$$1 \times 3^2 + 6 \times 3 + 1 = 9 + 18 + 1 = 28.$$

28 என்பது 7-ஆல் வகுபடும். எனவே 161 என்ற கொடுத்துள்ள எண்ணும் 7-ஆல் வகுபடும்.

(எ. டு. 2) 8234-என்ற எண் 7-ஆல் வகுபடுமா?

$$8 \times 3^3 + 2 \times 3^2 + 3 \times 3 + 4 = 8 \times 27 + 2 \times 9 + 9 + 4$$
$$= 216 + 18 + 9 + 4$$
$$= 247$$

247 என்பது 7-ஆல் வகுபடாது. எனவே 8234 என்ற கொடுத்துள்ள எண்ணும் 7-ஆல் வகுபடாது.

[247 என்பது 7-ஆல் வகுபடுமா என்பதையும் அவ்வாறே காணலாம். $2 \times 3^2 + 4 \times 3 + 7 = 18 + 12 + 7 = 37$. 37 என்பது 7-ஆல் வகுபடாது. எனவே 247-என்பதும் 7-ஆல் வகுபடாது.]

ஏழுக்கும் மூன்றுக்கும் உள்ள இத்தொடர்பு ஒரு விந்தையான தொடர்பாகும்.

14. முக்கோணத்தின் பரப்பளவும் முக்கோணத்தின் சுற்றளவும் சமம்!

கணிதத்தில் சில விந்தையான உண்மைகளைக் காணலாம் ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவும் அதன் சுற்றளவும் சமமாக அமைவது வெகு அபூர்வமாகும் ஆனால் செங்கோண முக்கோணத்தில் பரப்பளவும் சுற்றளவும் சமமாக அமைகின்றவை இரண்டு உண்டு. அவை (10, 8, 6) ; (13, 12, 5) என்ற அளவுகள் உள்ள இரண்டு செங்கோண முக்கோணங்கள் ஆகும்.

10 அலகு, 8 அலகு, 6 அலகு என்ற அளவுகளைக் கொண்ட செங்கோண முக்கோணத்தின்

சுற்றளவு = 10 + 8 + 6 = 24 அலகு

பரப்பளவு = $\frac{1}{2} \times 6 \times 8$ = 24 ச. அலகு.

இச் செங்கோண முக்கோணத்தில் சுற்றளவும் பரப்பளவும் சமமாக அமைந்துள்ளதைக் காண்க.

13 அலகு, 12 அலகு, 5 அலகு என்ற அளவுகளைக் கொண்ட செங்கோண முக்கோணத்தின்

சுற்றளவு = 13 + 12 + 5 = 30 அலகு.

பரப்பளவு = $\frac{1}{2} \times 12 \times 5$ = 30 ச. அலகு.

இச் செங்கோண முக்கோணத்திலும் சுற்றளவும் பரப்பளவும் சமமாக அமைந்துள்ளது.

சாதாரண முக்கோணத்திலும் இத்தகைய தன்மையுள்ளவை மூன்று உண்டு. அவை (17, 10, 9) ; (20, 15, 7) ; (29, 25, 6) என்பனவாகும்.

(17, 10, 9) என்ற அளவுகளுள்ள முக்கோணத்தின் சுற்றளவு = 17 + 10 + 8 = 36 அலகு.

பரப்பளவு $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{18(18-17)(18-10)(18-9)}$

$= \sqrt{18 \times 1 \times 8 \times 9}$

$= \sqrt{2 \times 9 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 9}$

$= 2 \times 2 \times 9$

= 36 ச. அலகு.

இதில் a, b, c என்பன பக்கங்கள் $s = \frac{a+b+c}{2}$

இங்கு சுற்றளவும் பரப்பளவும் சமமாக அமைந்துள்ளதைக் கண்டு மகிழலாம்.

இவ்வாறே மற்ற இரண்டு முக்கோணங்களின் சுற்றளவு பரப்பளவு ஆகியவற்றைக் கண்டு ஒரே அளவினதாக உள்ளனவா என்று சோதித்து மகிழுக.

சுற்றளவும், பரப்பளவும் சமமாக உள்ள முக்கோணம் எது என உன் நண்பர்களிடம் கேட்டு அவர்கள் தெரியாமல், விழிக்கையில் நீ கூறி மகிழ்விக்கலாம்.

15. விந்தையான பெருக்கல் கோலம்! சவாலே சமாளி!

வீட்டுக்கு அழகு வாசல். வாசலுக்கு அழகு கோலம். இந்தியப் பெண்கள் அதிலும் சிறப்பாகத் தமிழ்ப் பெண்கள் வீட்டின் வாசலைத் துப்புரவாக்கிக் கோலம்போட்டு மகிழ்வதில் ஆர்வமிக்க வர்கள். மார்கழி மாதம் பிறந்துவிட்டால் வண்ண வண்ணக் கோலங்கள் வீட்டுவாசல்களை அலங்கரிப்பதைக் காணலாம்.

இங்கு நாம் விந்தையான பெருக்கல் கோலங்கள் சிலவற்றைப் போட்டு மகிழுவோம்.

சார்லஸ் லிப்கின்ஸ் என்பவர் கணிதத்தில் புதுமைகள் பல காட்டிய கணித அறிஞர். கணக்காளர்களுக்கென அவர் எழுதிய கணித நூலில் பற்பல புதுமையான கணக்கீட்டு முறைகளை உரு வாக்கித் தந்துள்ளார். மனக்கணக்கு முறைகளும் சுருக்குவழிப் பெருக்கு முறைகளும் பல அதில் காணலாம். கீழ்வரும் பெருக்கல் கோலங்களும் அவருடைய நூலில் காணப்படுபவையே.

ஒரே இலக்கங்களால் ஆன எண்களைப் பெருக்க ஒரு புதுமை யான வழிமுறையைக் கீழ்வரும் பெருக்கல் கோலங்களில் காணலாம். இவற்றில் மறைந்துள்ள பெருக்குவிதிகளையும் உத்தி யையும் அறிந்து உணர்வது மகிழ்ச்சி அளிப்பதாகும். ஆசிரியர் கட்கும் மாணவர்கட்கும் இப் பெருக்குமுறைகளில் மறைந்துள்ள இரகசியத்தைக் கண்டு பிடிப்பதே ஒரு சவாலாக அமையும் என எண்ணுகிறேன், சவாலே சமாளி!

```
   77
  ×77
 -----
   49
 4949
   49
 -----
 5929
 -----
```

```
    666
   ×888
 ---------
     48
    4848
  484848
    4848
     48
 ---------
 5,91,408
 ---------
```

```
    888
   ×444
 ---------
     32
   3232
 323232
   3232
     32
 ---------
 3,94,272
 ---------
```

```
      5555
     ×7777
 -------------
        35
      3535
    353535
  35353535
    353535
        35
 -------------
 4,32,01,235
 -------------
```

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை சாய்சதுர வடிவில் காணும் பெருக்கல் கோலங்கள். இப் பெருக்கல் கோலங்கள் காண்பதற்கு அழகாக அமைந்துள்ளதோடன்றி நம் சிந்தனைக்கு விருந்தூட்டி நம்மை வியப்பில் ஆழ்த்திக் களிப்படையச் செய்கின்றன. அல்லவா?

இனி முக்கோண வடிவில் அமைந்துள்ள பெருக்கல் கோலங்களைக் காண்போம்.

```
   7 7
 × 7 7
 -------
     7
   7 7 7
 -------
   8 4 7
   × 7
 -------
 5 9 2 9
 -------
```

```
      6 6 6
    × 6 6 6
 -------------
        6
      6 6 6
    6 6 6 6 6
 -------------
    7 3 9 2 6
          × 6
 -------------
  4,4 3,5 5 6
 -------------
```

இவ் விந்தைப் பெருக்கலின் இரகசியம் என்ன என்பதைக் கண்டு இன்புறுக.

16. எண் பகுப்பில் காணலாம் எண்ணிலா இன்பம்!

சேர்க்கையில் இன்பம் உண்டு என்றால் பிரிவிலும் இன்பம் உண்டு என்று கூறலாம். "என்ன? பிரிவில் இன்பமா?" என்று நீங்கள் வினவலாம். பிரிவுதான் இருவர் அன்பையும் மிகுதிப் படுத்துகிறது. ஓர் உண்மை உங்கட்குத் தெரியுமா? சங்க இலக்கியம் என்று நாம் போற்றி மகிழும் பழந்தமிழ் இலக்கியத்தில் காதலர்களின் பிரிவினைப் பாடி மகிழும் பாலைத்திணைப் பாடல்கள் தான் மிகுதி. காதலர்களின் புணர்ச்சியினைப் பாடி மகிழும் குறிஞ்சித்திணைப் பாடல்கள் அதற்கு அடுத்தபடிதான்.

எண் தொடரினைப் பகுத்துப் பார்த்தோமானால் ஒரு சில தனித் தன்மைகளைக் கண்டு மகிழலாம். இயல் எண் தொடரின் பகுப்பில் சில கவர்ச்சியூட்டும் தன்மைகளைக் காண்போம்.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, என்ற தொடர் இயல்எண் தொடர் எனப்படும். இந்த இயல்எண் தொடரினைப் பின் வருமாறு பகுக்கவும்.

1; 2, 3; 4, 5, 6; 7, 8, 9, 10; 11, 12, 13, 14, 15; . . . இப் பகுப்பின் முதல் தொகுப்பில் ஒரு எண், இரண்டாவதில் இரண்டு எண்கள், மூன்றாவதில் மூன்று எண்கள், என்றிவ்வாறு n-ஆவது தொகுப்பில் n-எண்கள் என்று இருக்கட்டும்.

இவ்வாறு பகுத்த பகுப்பில் 2-ஆவது, 4-ஆவது, 6-ஆவது என்றுள்ள இரட்டைப்படைத் தொகுதிகளை அடித்துவிடுக. அடித்த பிறகு உள்ள தொகுதிகள் பின்வருமாறு அமைந்திருக்கும் :

1; 4, 5, 6; 11, 12, 13, 14, 15; 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28; . .

இவ்வாறு கிடைத்துள்ள தொகுதிகளில் முதல் K-எண்ணிக்கையுள்ள தொகுதிகளைக் கூட்டினால், கூட்டுத்தொகை K^4 எனவே. எப்பொழுதும் கிடைக்கும்.

ஒரு தொகுதி : $1 = 1^4$

இரு தொகுதிகளின் கூடுதல் :

$(1) + (4 + 5 + 6) = 2^4$

மூன்று தொகுதிகளின் கூடுதல் :

$(1) + (4 + 5 + 6) + (11 + 12 + 13 + 14 + 15) = 3^4$ etc.

இவ்வாறு நாம் எத்தனை தொகுதிகளை எடுத்துக்கொண்டு கூட்டுகிறேமோ அக்கூட்டுத்தொகை எடுத்துக் கொண்ட தொகுதிகளின் எண்ணிக்கையின் நான்கு அடுக்காக இருக்கும்.

$(1) + (4 + 5 + 6) + (11 + 12 + 13 + 14 + 15)$
$+ (22+23+24+25+26+27+28) = 4^4 = 256$

இதுமட்டுமல்ல. இன்னுமொரு சிறப்பும் இதில் உண்டு; ஒவ்வொரு கூட்டுத்தொகையும் அதில் உள்ள உறுப்புக்களின் (அதாவது எண்களின்) எண்ணிக்கையின் வர்க்கமாக இருக்கும்.

$(1) + (4 + 5 + 6) = 4^2 = 16$. இக் கூட்டுத்தொகையில் உள்ள எண்கள் 4, எனவே இதன் கூட்டுத்தொகை $4^4 = 16$.

$(1) + (4 + 5 + 6) + (11 + 12 + 13 + 14 + 15) = 9^2 = 81$.

இக் கூட்டுத்தொகையில் அமைந்துள்ள உறுப்புகள் 9 ஆகும். ஆகவே கூட்டுத்தொகை $9^2 = 81$. இதுபோல மற்றவையும் அமைந்துள்ளனவா எனச் சோதித்து மகிழ்க.

எண் பகுப்பில் காணலாம் எண்ணிலா இன்பம் என்பது உண்மைதானே! "எண்ணில் இன்பம்" என்று நான் கூறினல் இனி நீங்கள் "எண்ணிலா இன்பம்?" என்று கேட்க மாட்டீர்கள். அதற்கு மாருக "ஆம்! எண்ணிலா இன்பம்!" என்று கூறுவீர்கள் என்பது எனக்குத் தெரியும்.

17. ஆண்டின் சிறப்பு நாளில் தெரியும்!

"காலம் பொன் போன்றது; கடமை கண் போன்றது" என்ற தொடர்களை நீங்கள் கண்டிருப்பீர்கள். வாழ்க்கையில் முன்னேறி மேல்நிலைக்குச் சென்றுள்ளவர்களின் வரலாறுகளை ஆராய்ந்து பார்த்தோமானல் அவர்கள் காலத்தை வீணுக்காது பொன் எனப் போற்றி வாழ்ந்ததையும் கடமை ஆற்றுவதிலே கண்ணும் கருத்துமாக இருந்துவந்ததையும் அறியலாம். "பொன் கிடைத்தாலும் புதன் கிடைக்காது" என்ற பழமொழியும் காலத்தைப் பொன்னைக் காட்டிலும் மேலாகப் போற்றவேண்டும் என்பதையே வலியுறுத்துகிறது. பொன்னை இழந்தாலும் பொருளை இழந்தாலும் நாம் நம்முடைய முயற்சியாலும் உழைப்பாலும் திரும்பப்

பெற்றுக் கொள்ளலாம். ஆனால் காலத்தை வீணே கழித்தோமானால் — காலத்தைப் போற்றாது விட்டுவிட்டோமானால் — இழந்த காலத்தை நாம் எதைக் கொடுத்தாலும் திரும்பப் பெற முடியாது. கழிந்த காலம் கழிந்ததே; திரும்ப வராது. இத் தகைய காலத்தின் அருமையை நன்கு உணர்ந்த வள்ளுவப் பெருந் தகை "நிலையாமை" என்ற அதிகாரத்தில் காலத்தை விலைமதிக்கக் கூடிய சாதாரணப் பொன்னோடு ஒப்பிட்டுப் பேசாமல் விலைமதிக்க முடியாத ஒப்பற்ற நம் உயிரோடு பொருத்திக் காட்டிக் காலத்தின் பெருமையையும் அருமையையும் நம் மனத்தில் பசுமரத்தாணி எனப் பதியச் செய்கிறார்.

"நாளென ஒன்றுபோற் காட்டி உயிரீரும்
வாளது உணர்வார்ப் பெறின்"

நாள் என்று நமக்குத் தோன்றுகின்ற ஒன்று உண்மையில் நம் உயிரைச் சிறிது சிறிதாக வெட்டுகின்ற வாள் என்பதை உணரு வோமானால் நாளைப் பயனின்றிக் கழியவிடுவோமா?

ஒவ்வொருவரும் ஆண்டின் இறுதியில் கழிந்த ஆண்டில் செய்த செயல்களை எண்ணிப் பார்த்து வரும் ஆண்டில் செய்யவேண்டிய வைகளைத் திட்டமிட்டுச் செயற்படுத்த வேண்டும். வாழ்வில் வெற்றிகாண விழையும் ஒவ்வொருவரும் காலத்தைப் போற்றி ஒழுகுவதைத் தம் கடமையாகக் கொள்ளவேண்டும். ஆண்டின் பெருமை அவ்வாண்டில் நாம் பயனுறக் கழித்த நாட்களின் சிறப்பால் அறியக்கூடும் எனில் ஆண்டின் சிறப்பு நாளில் தெரியும் தானே!

சாதாரணமாக ஆண்டிற்கு 365 நாட்கள் என்பது எல்லாருக் கும் தெரிந்த செய்தி. ஆனால் இந்த 365 என்ற எண் பல்வகைச் சிறப்புப் பெற்ற அற்புதமான எண் என்பது ஒரு சிலரே அறிந்த செய்தி. 365-என்ற எண்ணின் சிறப்புகளைக் கீழே காண்போம்.

$$365 = 10^2 + 11^2 + 12^2$$
$$= (10\times10) + (11\times11) + (12\times12)$$
$$= 100 + 121 + 144 = 365.$$

மேலும் $365 = 13^2 + 14^2$
$$= (13 \times 13) + (14 \times 14)$$
$$= 169 + 196 = 365.$$

இவ்வகையில் சிறப்பான தன்மை பெற்று 365 என்ற எண்ணுடன் தொடர்புகொண்டு தொடர்ச்சியாக அமைந்துள்ள ஒரே ஐந்து எண்கள் 10, 11, 12, 13, 14 ஆகியவைதாம்,

18. வீட்டிலக்கமும் வயதும் தோன்றுகின்ற விந்தை காணீர்!

ஜனநாயகம் என்று அழைக்கப்படுகின்ற மக்களாட்சி மக்களால் மக்களுக்காக நடத்தப்படுவதாகும். மக்களாட்சியாயினும் மற்றும் எந்த ஆட்சியாயினும் மக்களின் அடிப்படையான தேவைகளை நிறைவேற்றித் தருவது அதன் கடமையாகும். மக்களாய்ப் பிறந்துள்ளோர் யாராயினும் அவர்கட்கு இன்றியமையாத அடிப்படைத் தேவைகள் உண்ண உணவு, உடுக்க உடை, இருக்க இடம் இவை மூன்றுமேயாகும். உழைத்துக் களைத்த மனிதன் ஓய்வு கொள்ள ஓர் இடம் வேண்டும் என்று எண்ணுவது இயற்கையே. எலிக்கு ஒரு வளை; புலிக்கு ஒரு குகை; நரிக்கு ஒரு புதர்; பறவைக்கு ஒரு கூடு; பாம்புக்கு ஒரு புற்று என்றிவ்வாறு இயற்கையில் அமைந்து இருக்கும்பொழுது மனிதனுகப் பிறந்ததால் மட்டும் வீடின்றி வாழும் எண்ணற்ற பாட்டாளித் தோழர்களை எண்ணும்பொழுது நம் சமுதாய அமைப்பின்பேரில் வெறுப்புத்தான் ஏற்படுகிறது.

நகரத்திலே அமைந்துள்ள ஒவ்வொரு வீட்டிற்கும் இலக்கம் கொடுத்துள்ளதால் எப்பகுதியில் அமைந்துள்ள வீடாயினும் வீட்டிலக்கமும் தெருவின் பெயரும் தெரிந்தால் அதனை உடனே கண்டுகொள்ள மிகவும் உதவியாக இருக்கின்றது. சென்னை போன்ற பெரு நகரங்களில் வீட்டிலக்கம் சரிவரத் தெரியவில்லை என்றால் பிற விபரங்கள் தெரிந்திருந்தாலும் கண்டுபிடிக்க இயலாது என்பது யாவரும் அறிந்த ஒன்றேயாகும். சிறிது காலத்திற்கு முன் சென்னை நகரில் வீட்டிலக்கங்களை மாற்றி அமைத்ததையும் அதனால் விளைந்த குழப்பங்களையும் பார்த்தோம். நீதி மன்றத்தில்கூட அதனை எதிர்த்து வழக்குத் தொடரப்பட்டது. பழைய எண் புதிய எண் என்று இரண்டையும் தங்கள் வீட்டிலக்கமாகக் குறிப்பிட்டுவருகிறார்கள். பெரிய நகரங்களில் வீட்டிலக்கத்தின் தேவை மிகப்பெரியதாகும்.

பெண்களிடம் அவர்களின் வயதைக் கேட்பதும் ஆடவரிடம் அவர்களின் ஊதியத்தைக் கேட்பதும் நாகரிகமல்ல என்று கூறுவார்கள். நேரிடையாகக் கேட்கக் கூடாத இவைகளை நாம் ஒருவகை எணவிளையாட்டின் மூலம் மறைமுகமாக அறிந்து கொள்ளலாம். எப்படி என்பதைக் கீழே காண்போம்.

உங்கள் தோழியிடம் அவருடைய வீட்டு இலக்கத்தை எடுத்துக்கொண்டு அதனை 2-ஆல் பெருக்கச் சொல்லுங்கள். பெருக்குத் தொகையுடன் 5-ஐக் கூட்டச் சொல்லுங்கள், பின்னர்

அதனை 50-ஆல் பெருக்கச் சொல்லுங்கள். அத்துடன் அவருடைய வயதைக் கூட்டச் சொல்லுங்கள். பிறகு ஒரு ஆண்டிலுள்ள நாட்களின் எண்ணிக்கையாகிய 365-ஐ அதிலிருந்து கழித்து விடையை உங்களிடம் கூறச் சொல்லுங்கள்.

தோழி கூறிய விடையுடன் 115-ஐக் கூட்டி, அத் தொகையினை ரூபாய் பைசா எனப் பிரித்தால் - அதாவது கடைசி இரு இலக்கங்கள் மற்ற இலக்கங்கள் எனப் பிரித்தால் - ரூபாய்களாகக் கிடைக்கும் எண் உங்கள் தோழியின் வீட்டிலக்கமாகவும் பைசாக் களாகக் கிடைக்கும் எண் அவருடைய வயதாகவும் இருக்கும். நீங்கள் அவைகளைக் கண்டு கூறியதும் உங்கள் தோழி வியப்பில் ஆழ்ந்து போவார்.

(எ. டு. 1) உங்கள் தோழியின் வீட்டிலக்கம் 82 என்றும் அவருடைய வயது Sweet Sixteen அதாவது 16 என்றும் இருக்கட்டும்.

1.	வீட்டிலக்கத்தை 2-ஆல் பெருக்க 82×2	=	164
1.	பெருக்குத் தொகையுடன் 5-ஐக் கூட்ட	=	+ 5
			169
3.	இதனை 50-ஆல் பெருக்க	=	× 50
			8450
4.	இத்துடன் வயதாகிய 16-ஐக் கூட்ட	=	+ 16
			8466
6.	இதிலிருந்து 365-ஐக் கழிக்க	=	− 365
	தோழி கூறும் விடை		8101

உங்கள் தோழியின் வீட்டிலக்கத்தையும் வயதையும் கண்டு பிடிப்பது எப்படி?

தோழி கூறிய விடையாகிய 8101-உடன் 115-ஐக் கூட்டு $8101 + 115 = 8216$. இதனை ரூபாய் பைசாவாகப் பகுக்கக் கிடைப்பது ரூ 82·16 பை.

எனவே உங்கள் தோழியின் வீட்டிலக்கம் 82 என்றும் அவரின் வயது 16 என்றும் கூறுக.

உங்கள் தோழியருடன் இந்த எண் விளையாட்டை விளையாடி அவரை வியப்பில் ஆழ்த்தி மகிழுங்கள்.

உங்கள் நண்பரின் ஊதியத்தை அறிந்துகொள்ள வேண்டு மானால் நேரிடையாகக் கேளாமல் மிகவும் நாகரிகமாக இந்த எண்விளையாட்டின் மூலம் அறிந்துகொள்ளலாம்.

உங்கள் நண்பரின் ஊதியம் ரூ. 637 எனவும் அவரின் வயது 28 எனவும் இருக்கட்டும்.

1.	ஊதியத்தை 2-ஆல் பெருக்க 637 × 2	=	1274
			+ 5
2.	பெருக்குத் தொகையுடன் 5-ஐக் கூட்ட	=	1279
			× 50
3.	இதனை 50-ஆல் பெருக்க	=	63950
			+ 28
4.	இத்துடன் வயதாகிய 28-ஐக் கூட்ட	=	63978
5.	இதிலிருந்த 365-ஐக் கழிக்க		— 365
	நண்பர் கூறும் விடை	=	63613

உங்கள் நண்பரின் ஊதியத்தையும் வயதையும் கண்டுபிடிக்க.

நண்பர் கூறிய எண் 63613 உடன் 115-ஐக் கூட்டுக.

63613 + 115 = 63728.

இதனை ரூபாய் பைசாவாகப் பகுக்கக் கிடைப்பது ரூ 637-28 பை

எனவே உங்கள் நண்பரின் ஊதியம் ரூ. 637; அவருடைய வயது 28.

உங்கள் நண்பர்களுடன் இந்த எண்விளையாட்டை விளையாடி மகிழுங்கள்.

19. முப்பத்தேழின் முடிவிலா இன்பம்!

எண்கள் சில எண்ண எண்ணத் தெவிட்டாத இன்பம் பயப்பனவாக அமைந்துள்ளன. அத்தகைய எண்களில் ஒன்று 37 ஆகும். இது ஒரு பகா எண் (Prime number) அதாவது 1-யும் 37-யும் தவிர வேறு எந்த எண்ணும் இதை வகுக்காது. இவ்வெண் காட்டும் சில விந்தையான தன்மைகளைக் காண்போம்.

1. 37-ஐ 3-இன் மடங்குகளால் (அதாவது 3, 6, 9, 12, ... 27) பெருக்கினோமானால் பெருக்குத்தொகை 3-இன் எந்த மடங்கால் பெருக்குகின்றோமோ அந்த இலக்கமே மூன்றுமுறை எழுதப்பட்ட எண்ணாகக் கிடைக்கும். மேலும் பெருக்குத் தொகையில் உள்ள இலக்கங்களைக் கூட்டினால் எதனால் பெருக்கினோமோ அவ்வெண் கிடைக்கும்.

37 × 3 = 111.	1 + 1 + 1 = 3.
37 × 6 = 222.	2 + 2 + 2 = 6.
37 × 9 = 333.	3 + 3 + 3 = 9.
37 × 12 = 444.	4 + 4 + 4 = 12.
37 × 15 = 555.	5 + 5 + 5 = 15.
37 × 18 = 666.	6 + 6 + 6 = 18.
37 × 21 = 777.	7 + 7 + 7 = 21.
37 × 24 = 888.	8 + 8 + 8 = 24.
37 × 27 = 999.	9 + 9 + 9 = 27.

2. 37-ஐ மேலும் 3-இன் மடங்குகளால் பெருக்கிப் பார்த்தோமானால் பெருக்குத்தொகைகளில் ஒருவித ஒழுங்கு அமைந்திருப்பதைக் கண்டு மகிழலாம்.

37 × 30 = 1110	37 × 60 = 2220
37 × 33 = 1221	37 × 63 = 2331
37 × 36 = 1332	37 × 66 = 2442
37 × 39 = 1443	37 × 69 = 2553
....	....
....	....

மேலே கிடைத்துள்ள பெருக்குத்தொகைகளில் முதலிரண்டு எண்களும், மற்றுமுள்ள இரண்டு இலக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் ஒன்றொன்றாகக் கூடிச் செல்வதைக் கண்டு இன்புறுக.

3. 37-ஐ அதன் இலக்கங்களின் கூடுதலால் பெருக்கினால் அப் பெருக்குத்தொகை அதன் இலக்கங்களின் கனங்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாக இருக்கும்.

$$37\,(3 + 7) = 3^3 + 7^3$$
$$37 \times 10 = (3 \times 3 \times 3) + (7 \times 7 \times 7)$$
$$370 = 27 + 343 = 370.$$

4. 37-இன் இலக்கங்களின் வர்க்கங்களைக் கூட்டி அதிலிருந்து இலக்கங்களின் பெருக்குத்தொகையைக் கழித்தோமானால் விடை 37 என்று வரும்.

$$3^2 + 7^2 - (3 \times 7) = 9 + 49 - 21 = 37.$$

5. ஐந்து 3-களையும் இரண்டு கூட்டலையும் ஒரு வகுத்தலையும் பயன்படுத்தி எண் 37-ஐ எழுதிப் பாருங்கள்.

$$33 + 3 + \frac{3}{3} = 37$$

6. ஐந்து 3-களையும் ஒரு பெருக்கலையும் ஒரு வகுத்தலையும் பயன்படுத்தி எண் 37-ஐ எழுதிப்பாருங்கள்.

$$\frac{333}{3 \times 3} = 37.$$

இவ்வாறு முப்பத்தேழு காட்டும் முடிவிலா இன்பத்தை உங்கள் நண்பர்கட்கும் காட்டி மகிழுங்களேன்.

20. ஒன்பது இலக்கங்களால் உருவான பின்னங்கள்! நவ இலக்கங்களில் நவமான விளையாட்டு

நம்முடைய தமிழ்மொழியில் எண் என்றால் இலக்கம் என்ற ஒரு பொருளும், சிந்திக்க என்ற ஒரு பொருளும், எண்ணிக் கணக்கிடு என்ற ஒரு பொருளும் உண்டு. மனித வரலாற்றில் எண்கள் எப்பொழுது தோன்றின என்ற வினாவுக்கு எளிதாகப் பதில் கூறி விடலாம். மனிதன் எப்பொழுது எண்ணத் தொடங்கினானோ — அதாவது சிந்திக்கத் தொடங்கினானோ—கணக்கிட வேண்டிய தேவையை உணர்ந்து எண்ணத் தொடங்கினானோ—அப்பொழுதே எண்கள் தோன்றிவிட்டன என்று கூறலாம்.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 - என்ற ஒன்பது இலக்கங்களையும் ஒரே ஒரு முறை பயன்படுத்திப் பின்னங்களை உருவாக்கலாம் ஒன்பது இலக்கங்களையும் ஒரே ஒரு முறை பயன்படுத்தி $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$ என்ற பின்னங்களை உருவாக்கிக் காட்டும்படி நண்பர்களைக் கேளுங்கள், இந்த எண்கள் உண்மையில் உங்கள் நண்பர்களை எண்ண - சிந்திக்க - வைத்துவிடும்.

$$\frac{1}{2} = \frac{6729}{13458} \qquad \frac{1}{6} = \frac{2943}{17658}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{5823}{17469} \qquad \frac{1}{7} = \frac{2394}{16758}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3942}{15768} \qquad \frac{1}{8} = \frac{3187}{25496}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{2769}{13845} \qquad \frac{1}{9} = \frac{6381}{57429}$$

இது சற்றுக் கடினமான எண்விளையாட்டு என்றாலும் மூளைக்கு நல்ல வேலைதரும் ஓர் அருமையான விளையாட்டு.

21. ஆறுமனமே ஆறு ஆறு!

"ஆண்டவன் கட்டளை" என்ற படத்தில் கவியரசு கண்ணதாசன்,

ஆறு மனமே ஆறு — அந்த
ஆண்டவன் கட்டளை ஆறு
தேர்ந்து மனிதன் வாழும் வகைக்கு
தெய்வத்தின் கட்டளை ஆறு
தெய்வத்தின் கட்டளை ஆறு.

என்று மனிதன் மன அமைதியோடு நன்மைகள் பல பெற்று இவ்வுலகில் இன்பமுடன் வாழ ஆறு கட்டளைகள் கூறுவார். அவர் கூறுகின்ற ஆறு கட்டளைகள் :

1. ஒன்றே சொல்வார் ஒன்றே செய்வார்
உள்ளத்தில் உள்ளது அமைதி.
2. இன்பத்தில் துன்பம் துன்பத்தில் இன்பம்
இறைவன் வகுத்த நியதி.
3. உண்மையைச் சொல்லி நன்மையைச் செய்தால்
உலகம் உன்னிடம் மயங்கும் — நிலை
4. உயரும்போது பணிவு கொண்டால்
உயிர்கள் உன்னை வணங்கும்.
5. ஆசை, கோபம், களவு கொள்பவன்
பேசத் தெரிந்த மிருகம்.
6. அன்பு நன்றி கருணை கொண்டவன்
மனித வடிவில் தெய்வம்.

இந்த ஆறு கட்டளைகளை அறிந்த மனது ஆண்டவன் வாழும் வெள்ளை மனம் என்று கூறுவார் கவியரசு அவர்கள். ஆறு என்ற எண்ணுக்குப் பல சிறப்புகள் உண்டு; அதில் இது ஒன்று. மற்றொரு சிறப்பினைக் கீழே காண்போம்.

செங்கோண முக்கோணத்தில் அமைந்துள்ள ஒரு சிறப்பான உண்மையினை—செங்கோணத்திற்கு எதிரேயுள்ள கர்ணத்தின்மேல் வரையப்பட்ட சதுரத்தின் பரப்பானது செங்கோணத்தை அடக்கிய பக்கங்களின் மேல் வரையப்பட்டுள்ள சதுரங்களின் பரப்புகளின் கூடுதலுக்குச் சமம் என்பதனை—முதன் முதலில் கூறியவர் பித்தகோரஸ் என்ற கிரேக்க கணித மேதையாவார். இவ்வியல்பினை உடைய முக்கோணங்களைப் பித்தாகோரஸின்

முக்கோணங்கள் என்போம். இத்தகைய முதல்நிலையிலுள்ள 1300 பித்தாகோரஸின் முக்கோணங்களின் பரப்புகளைக் கணக்கிட்டு ஆராய்ந்தபொழுது (மிகப் பெரிய முக்கோணத்தின் பரப்பளவு சுமார் 7,000,000) ஒரே இலக்கத்தைப் பயன்படுத்திப் பரப்பினைக் கூறும்படி உள்ளவையாக இரண்டு செங்கோண முக்கோணங்களே அமைந்துள்ளன. அவ்வாறுள்ள செங்கோண முக்கோணங்களில் ஒன்றின் பக்கங்கள் (3, 4, 5) என்றும், மற்றொன்றின் பக்கங்கள் (693, 1924, 2045) என்றும் அமைந்திருக்கின்றன.

1. பித்தாகோரஸ் உணர்த்திய உண்மையின்படி முதல் முக்கோணத்தில்

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$
$$9 + 16 = 25$$

இம் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

2. இரண்டாவது முக்கோணத்தில்

$$693^2 + 1942^2 = 2045^2$$
$$(693 \times 693) + (1924 \times 1924) = (2045 \times 2045)$$
$$480249 + 3701776 = 4182025$$

இதன் பரப்யளவு $= \frac{1}{2} \times 693 \times 1924$

$$= 6,66,666$$

இவ்வாறு 6 என்ற ஒரே இலக்கத்தைப் பயன்படுத்தி அம் முக்கோணங்களின் பரப்புகள் உணர்த்தப்படுமாறு அமைந்துள்ள அழகைக் காண்க. ஆறு மனமே ஆறு ஆறு!

22. நூறு வழிகளில் 100

எண்களோடு விளையாடுவதால் நமக்கு இன்பம் கிடைக்கிறது என்பதோடு மட்டுமின்றி நம் மூளையும் கூர்மை அடைகிறது. சிந்தனைசக்தி பெருகுவதோடு மன ஒருமைப்பாடும் உண்டாகிறது.

1 முதல் 9 வரையுள்ள ஒன்பது இலக்கங்களை ஒவ்வொன்றையும் ஒரு முறையே பயன்படுத்தி நூறுவழிகளில் 100-ஐ எழுதிக்

காட்ட முடியும். இது நம் சிந்தனைக்கு ஒரு சிறந்த விருந்தாக அமையும்.

பின்வரும் சில குறிப்பிடத்தக்க அமைப்புகள் 1935-ஆம் ஆண்டு ஜூன் மாத Sphinx இதழில் Perelman எழுதிய பொழுது போக்கு எண்கணிதம் (Recreational Arithmetic) என்ற நூலிலிருந்து எடுத்துத்தரப்பட்டிருந்தன.

$$
\begin{aligned}
100 &= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \times 9. \\
&= 1 + 2 \times 3 + 4 + 5 + 67 + 8 + 9. \\
&= 1 \times 2 + 34 + 56 + 7 - 8 + 9. \\
&= 12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9. \\
&= 12 - 3 - 4 + 5 - 6 + 7 + 89. \\
&= 123 + 4 - 5 + 67 - 89. \\
&= 123 + 45 - 67 + 8 - 9. \\
&= 123 - 45 - 67 + 89. \\
&= (1 + 2 - 3 - 4)(5 - 6 - 7 - 8 - 9)
\end{aligned}
$$

எளிதாக நினைவில் வைத்துக் கொள்ளக் கூடிய ஒரு அமைப்பினைக் காட்டியுள்ளார் M. Gloden என்பவர். அது பின்வருமாறு.

$$100 = (9 \times 8) + (7 \times 6) - (5 \times 4) + (3 \times 2 \times 1)$$

மேலும் பல அமைப்புகளை C. Fistie என்பவர் 1935-ஆம் ஆண்டு ஆகஸ்டு மாத Sphinx இதழில் வெளியிட்டுள்ளார். அதில் ஒரு சிலவற்றைக் கீழே காண்போம்.

$$
\begin{aligned}
100 &= (7 - 5)^2 + 96 + 8 - 4 - 3 - 1. \\
&= 3^2 + 91 + 7 + 8 - 6 - 5 - 4. \\
&= 67^2 - 4385 - 1 - \sqrt{9}. \\
&= 13^2 - 69 + 7 - 8 + 5 - 4. \\
&= 2^3 + 91 + 74 - 8 - 65. \\
&= 6^3 - 145 + 29(8 - 7). \\
&= 7^3 - 249 + 5 + 8 - 1 - 6. \\
&= 9^3 - 628 - 4 - 5 + 1 + 7. \\
&= 2^4 + 83 + 19 - 6 - 5 - 7. \\
&= 3^4 + 19 + 2 - 6 + 5 - 8 + 7.
\end{aligned}
$$

இவைகளைப் போன்றே இன்னும் பல வழிகளில் 1 முதல் 9 வரையுள்ள ஒன்பது இலக்கங்களை ஒவ்வொன்றையும் ஒரேயொரு முறை பயன்படுத்தி 100–ஐ எழுதிக் காட்டக்கூடும். நீங்கள் உங்கள் மூளையைக் கூர்மைப் படுத்திக் கொண்டு முயன்று பாருங்களேன். உங்கள் நண்பர்களையும் முயன்று பார்க்கச் சொல்லுங்கள்.

23. ஆறின் மடங்கில் காணும் அரியதன்மை இருபத்திநாலின் மடங்கிலும் இருக்கிறது!

எண்களில் எண்ணரிய பல தன்மைகளைக் கண்டு மகிழலாம். எண்களைக் கணிப்பதன் மூலமாக நம் எதிர்காலத்தையே கூறுகிறார்கள் எண் சோதிடம் பார்க்கின்றவர்கள் என்றால் எண்ணின் தன்மைகளை நாம் என்னென்பது.

1938-ஆம் ஆண்டு மே மாத "The Mathematical Gazette" இதழில் C. Dudley Langford என்பவரால் ஆறின் மடங்கில் ஒன்று குறைந்த எண்களில் ஓர் அரிய தன்மை காட்டப் பட்டுள்ளது. அவர் காட்டியுள்ள அவ்வரிய தன்மை என்ன வென்று காண்போம்.

ஆறின் மடங்கில் ஒன்று குறைந்த எந்த ஓர் எண்ணையாகிலும் ($6t - 1$ என்ற அமைப்பில் உள்ள எண்)எடுத்துக் கொண்டு அதனை இரு காரணிகளாகப் பிரித்தால் அவை இரண்டின் கூடுதல் எப்பொழுதும் ஆறின் மடங்காகவே இருக்கும்.

(எ. டு.) $6 \times 26 - 1 = 156 - 1 = 155.$

155-என்பது 6-இன் மடங்கில் ஒன்று குறைந்த எண். இதனைக் காரணிப்படுத்துவோம்.

$$155 = 155 \times 1 = 31 \times 5$$

இங்கு $155 + 1 = 156 = 6 \times 26$

$$31 + 5 = 36 = 6 \times 6$$

(எ. டு.) $6 \times 76 - 1 = 456 - 1 = 455.$

$$455 = 455 \times 1 = 35 \times 13$$

$$= 91 \times 5 = 65 \times 7.$$

இங்கு $455 + 1 = 456 = 6 \times 76.$

$35 + 13 = 48 = 6 \times 8.$

$91 + 5 = 96 = 6 \times 16.$

$65 + 7 = 72 = 6 \times 12.$

இந்த அரிய தன்மையினை இருபத்திநாலின் மடங்கிலிருந்து ஒன்றைக் கழித்த எண்களிடத்தும் காணலாம்.

இருபத்திநாலின் மடங்கில் ஒன்று குறைந்த எந்த ஓர் எண்ணை யாகிலும்(24t—1 என்ற அமைப்பில் உள்ள எண்)எடுத்துக்கொண்டு அதனை இரு காரணிகளாகப் பிரித்தோமானால் அவை இரண்டின் கூடுதல் எண் மீண்டும் இருபத்திநான்கின் மடங்காகவே இருக்கும். இத் தன்மையினைச் சில எடுத்துக் காட்டுகளில் காண்போம்.

(எ. டு. 1) $24 \times 17 - 1 = 408 - 1 = 407$. 407 என்பது 24-இன் மடங்கில் ஒன்று குறைந்த எண். இதனைக் காரணிப்படுத்துவோம்.

$$407 = 407 \times 1 = 37 \times 11$$

இங்கு $407 + 1 = 408 = 24 \times 17$

$37 + 11 = 48 = 24 \times 2.$

(எ. டு. 2) $24 \times 39 - 1 = 936 - 1 = 935.$

$935 = 935 \times 1 = 187 \times 5$

$= 55 \times 17 = 11 \times 85.$

இங்கு $935 + 1 = 936 = 24 \times 39$

$187 + 5 = 192 = 24 \times 8$

$55 + 17 = 72 = 24 \times 3$

$11 + 85 = 96 = 24 \times 4$

இவ்விந்தையான தன்மையினை உங்கள் நண்பரிடமும் எண் விளையாட்டாகக் கூறி மகிழலாமே.

24. பெரியது கேட்கின் எரிதவழ் வேலோய்!

ஞானக் குழந்தையாகிய முருகன் இடைக்குலச் சிறுவனாக வடிவந்தாங்கி வந்து ஔவையாரிடம், "சுட்ட பழம் வேண்டுமா? சுடாத பழம் வேண்டுமா?" என்று கேட்டு அவரிடம் குடி

கொண்டிருந்த அறிவுச் செருக்கை அகற்றி ஞானஒளி தந்த கதை நாடறியும்; நீங்களும் அறிவீர்கள்.

பின்னர் முருகன் ஒளவையாரின் முன் தோன்றி பல கேள்விகளைக் கேட்கிறான். அவற்றிற்கு ஒளவையாரும் பொருத்த மாக விடைகள் கூறுகின்றார். அவ்விடைகள் சாமர்த்தியமானவை களாகவும் அறிவுக்கு விருந்தாகவும் அமைந்துள்ளன. முருகன் வினவிய கேள்விகளுள் ஒன்று "பெரியது எது?" என்பது. அதற்கு ஒளவையார் கூறிய பதில் பின்வருமாறு :

பெரியது கேட்கின் எரிதவழ் வேலோய்!
பெரிது பெரிது புவனம் பெரிது
புவனமோ நான்முகன் படைப்பு
நான்முகன் கரியமால் உந்தியில் வந்தோன்
கரியமாலோ அலைகடல் துயின்றோன்.
அலைகடல் குறுமுனி அங்கையில் அடக்கம்
குறுமுனி யோககல சத்தில் பிறந்தோன்
கலசமோ புவியிற் சிறுமண்
புவியோ அரவினுக்கு ஒருதலைப் பாரம்
அரவோ உமையவள் சிறுவிரல் மோதிரம்
உமையோ இறைவர் பாகத் தொடுக்கம்
தொண்டர்தம் பெருமை சொல்லவும் பெரிதே!

ஒளவையாரின் இப்பாடல் தொண்டர்தம் பெருமையினை சொல்லுதற்கு அரிய பெருமையுடையதாக மிகப்பெரிதாக ஆக்கிக் காட்டுகின்றது. தொண்டர்கள் தோற்றத்தில் எளியவர் களாக இருந்தாலும் அவர்களின் பெருமை அளவிடற்கரியது. தோற்றத்தைக் கண்டு யாரையும் அளவிடுதல் கூடாது அல்லவா? வள்ளுவரும் "உருவு கண்டு எள்ளாமை வேண்டும்" என்று நமக்கு அறிவுறுத்திச் சென்றுள்ளதை நாம் அறிவோம்தானே!

எண்களிலும் வடிவத்தைக் கொண்டு அவற்றின் தன்மையை அறிந்துவிட இயலாது. வடிவத்தில் சிறியவையாக உள்ள எண் களும் உண்மையில் பெரியவைகளாக இருக்கும் என்பதற்கு ஓர் எடுத்துக்காட்டுக் காண்போம்.

ஒரே மாதிரியான மூன்று ஓரிலக்க எண்களைக் கொண்டு அமைக்கக்கூடிய மிகப் பெரிய எண்ணைக் காண்போம். ஓரிலக்க எண்ணில் மிகப் பெரியது 9 ஆகும். ஆகவே மூன்று 9-களால் அமைக்கக்கூடிய மிகப் பெரிய எண் யாது? சாதாரணமாக எல்லாரும் உடனே 999 என்றுதான் கூறுவார்கள். ஆனால் கணிதத்தில் சற்று கூடுதலாகப் படித்துள்ளவர்கள்,

9^{99} — என்றோ 99^{9} — என்றோ கூறுவார்கள். இவற்றில் 9^{99} என்பது 9-ஐ 99 முறை எடுத்துக்கொண்டு பெருக்குவதால் கிடைக்கும் பெரிய எண்ணாகும்.

அதாவது $9^{99} = 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times \ldots$ (99 முறை) இரண்டாவதாக உள்ள 99^{9} என்பது 99-ஐ 9 முறை எடுத்துக் கொண்டு பெருக்குவதால் கிடைக்கும் பெரிய எண்ணாகும்.

அதாவது $99^{9} = 99 \times 99 \times 99 \times \ldots$ (9 முறை).

ஆனால் இவைகளைக் காட்டிலும் மிகப் பெரிய எண்ணை மூன்று ஒன்பதுகளைக் கொண்டு உருவாக்கலாம். அப்படி உருவாக்கக் கூடிய மிகப் பெரிய எண் $9^{9^{9}}$ என்பதாகும்.

$$9^{9} = 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$$
$$= 387{,}420{,}489.$$

எனவே $9^{9^{9}} = 9^{387{,}420{,}489}$ என்று ஆகும்.

$$= 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times \ldots \quad (387{,}420{,}489 \text{ முறை})$$

இந்த எண் பிரமிப்பூட்டுகின்ற அளவிற்கு மிகப்பெரிய எண் என்பது தெளிவு. இந்த எண்ணின் மதிப்பை இதுவரை யாரும் கணக்கிட்டு இவ்வளவு என்று கூறவில்லை; கூறமுடியவில்லை. அத்தகைய பெருமையுடைய மிகப் பெரிய எண் இது. வடிவிலே சிறியதாக உள்ள $9^{9^{9}}$ என்ற எண்ணின் அளப்பரிய பெருமையை உணர்ந்து மகிழ்க.

இருப்பினும் இந்த எண்ணின் பெருமையை மேலும் ஓரளவு ஊகித்து உணர்ந்து கொள்ளச் சில கூறுகிறேன். ஒரு அடி நீள முள்ள தாளில் 200 இலக்கங்கள் எழுதுவதாகக் கொண்டோ மானால் இந்த எண்ணில் அடங்கியுள்ள அத்தனை இலக்கங்களையும் எழுதச் சுமார் 350 மைல் நீளமுள்ள தாள் தேவைப்படும் (!) எனில் இந்த எண்ணின் அளப்பரிய பெருமையினை உணர்க. ஒருவர் ஒரு செகண்டிற்கு இரண்டு இலக்கங்கள் என்றபடி இடை விடாது ஓய்வு கொள்ளாமல் உறங்காமல் எழுதிக்கொண்டே இருப்பாரானால் இந்த எண்ணில் அடங்கியுள்ள இலக்கங்கள் அனைத்தையும் எழுத அவருக்கு 5 ஆண்டுகளும் 10 மாதங்களும் பிடிக்கும் (!) என்றால் பார்த்துக்கொள்ளுங்கள்.

$9^{9^{9}}$ என்ற இந்த எண்ணின் தொடக்க இலக்கங்கள் 428,124,773,... என்றும் முடிவில் உள்ள இலக்கங்கள் 89 என்றும் கணக்கிட்டுக் கூறியுள்ளார்கள். இடையிலுள்ள இலக்கங்களைப் பற்றி யாருக்குக் கவலை? நீங்கள் கவலைப்பட்டால் கணக்கிட்டுப் பாருங்கள்!

எண்களில் இதுபோன்ற மிகப் பெரிய எண்கள் இன்னும் உண்டு.

வாமன வடிவந் தாங்கி வந்த திருமால் விசுவரூபம் எடுத்து ஈரடியால் அகில உலகத்தையும் அளந்துவிட்டு மூன்றாவது அடியால் மாமன்னன் மாவலியின் தலையில்வைத்து முக்தி கொடுத்த கதை நாமறிவோம்.

இந்த $9^{9^{9}}$ என்ற எண்ணும் வடிவத்தில் வாமன வடிவமாக இருப்பினும் மதிப்பில் - பெருமையில் விசுவரூபம் எடுத்து யாரும் அளந்து கணக்கிட்டு அறியமுடியாத அளவிற்குப் பெருமை உடையதாக விளங்குகிறது என்பதை உணர்ந்து மகிழ்க.

புராணத்தில் திருமால் வாமன வடிவந்தாங்கி வந்து விசுவரூபம் எடுக்கிறார். இங்கு $9^{9^{9}}$-என்ற எண் வாமன வடிவில்வந்து விசுவரூபம் எடுக்கின்றது. எண்ணில் வாமனம் விசுவரூபம்.

25. வகுத்தலும் பெருக்கலும் ஒன்றே!

கணிதத்தில் அடிப்படைச் செய்முறைகளாக (Fundamental operations) உள்ளவை கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் என்ற நான்காகும்.

நம்முடைய வாழ்க்கையிலும் நாம் சிறப்புடன் பலர் போற்ற வாழச் சில அடிப்படைச் செயல்முறைகள் தேவை. நல்ல பண்புடைய நண்பர்களை நாம் கூட்டிக் கொள்ளவேண்டும். மாசு ஏற்படுத்தும் தீய எண்ணங்களை — கருத்துக்களை நம் மனத்திலிருந்து கழித்துவிட வேண்டும். நம்மைச் சான்றோராக - உயர்ந்தோராக - ஆக்கத் தகுந்த சிறந்த பண்புகளைப் பெருக்கிக் கொள்ளவேண்டும். யாம் பெற்ற இன்பம் பெறுக இவ் வையகம்

என்ற வகையில் நம்முடைய இன்பத்தை - மகிழ்ச்சியைப் - பல ருடனும் வகுத்துக் கொள்ளவேண்டும்; அதாவது பகிர்ந்து கொள்ளவேண்டும். இந்த அடிப்படைச் செயல்முறைகளைக் கடைப்பிடித்தால் நாம் வாழ்வில் அமைதியோடும் மகிழ்ச்சி யோடும் வாழலாம்.

எண் கணிதத்தின் அடிப்படைச் செய்முறைகளான கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் ஆகியவற்றினிடையே ஒரு விந்தையான பொருத்தம் அமைந்துள்ளது. கூட்டல் கழித்தல்; பெருக்கல் வகுத்தல் ஆகியவை எதிர் எதிரான செய்முறைகள் என்றும் கூட்டல் பெருக்கல்; கழித்தல் வகுத்தல் ஆகியவை தொடர்புடைய செய்முறைகள் என்றும் நீங்கள் அறிவீர்கள். ஆனால் இங்கு நாம் காணப்போவது வேறுவகையான தொடர்பு - விந்தையான தொடர்பு.

பெருக்கல் என்பதும் கூட்டல் என்பதும் ஒன்றே! பெருக்கல் என்பதும் கழித்தல் என்பதும் ஒன்றே! என்று நிரூபித்துக் காட்டப் போகிறோம்.

அதுபோலவே வகுத்தல் என்பதும் கூட்டல் என்பதும் ஒன்றே! வகுத்தல் என்பதும் கழித்தல் என்பதும் ஒன்றே! என்றும் நிரூபிக்க இருக்கிறோம்.

இவ்விரண்டு நிருபணங்களையும் நீங்கள் ஒப்புக் கொண்டீர் களானல் பெருக்கலும் வகுத்தலும் ஒன்றே என்பதை ஒப்புக் கொண்டே ஆகவேண்டும்; வேறுவழியில்லை. எவ்வாறு என்பதைக் காண்போம்.

1. பெருக்கல் = கழித்தல்

பெருக்கல்	கழித்தல்
$1\frac{1}{2} \times 3 = 4\frac{1}{2}$.	$1\frac{1}{2} + 3 = 4\frac{1}{2}$.
$1\frac{1}{3} \times 4 = 5\frac{1}{3}$.	$1\frac{1}{3} + 4 = 5\frac{1}{3}$.
$1\frac{1}{4} \times 5 = 6\frac{1}{4}$.	$1\frac{1}{4} + 5 = 6\frac{1}{4}$.
$1\frac{1}{5} \times 6 = 7\frac{1}{5}$.	$1\frac{1}{5} + 6 = 7\frac{1}{5}$.
$1\frac{1}{6} \times 7 = 8\frac{1}{6}$.	$1\frac{1}{6} + 7 = 8\frac{1}{6}$.
....	....

பொதுவாக $1\frac{1}{n} \times (n + 1) = 1\frac{1}{n} + (n + 1)$ என்றே இருக்கும். இதிலிருந்து பெருக்கலும் கழித்தலும் ஒன்றே! என்பது தெரிகிறதல்லவா?

2. பெருக்கல் = கழித்தல்

$1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

$2 \times \frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$. $2 - \frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$.

$3 \times \frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$. $3 - \frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$.

$4 \times \frac{4}{5} = 3\frac{1}{5}$. $4 - \frac{4}{5} = 3\frac{1}{5}$.

....

பொதுவாக $n \times \left(\frac{n}{n+1}\right) = n - \frac{n}{n+1}$ எனவே இருக்கும். இதிலிருந்து பெருக்கலும் கழித்தலும் ஒன்றென அறியலாம்.

3. வகுத்தல் = கூட்டல்

$1\frac{1}{3} \div \frac{2}{3} = 2$ $1\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 2$.

$2\frac{1}{4} \div \frac{3}{4} = 3$ $2\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 3$.

$3\frac{1}{5} \div \frac{4}{5} = 4$ $3\frac{1}{5} + \frac{4}{5} = 4$.

$4\frac{1}{6} \div \frac{5}{6} = 5$ $4\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 5$.

....

பொதுவாக

$$\left(n + \frac{1}{n+2}\right) \div \frac{n+1}{n+2} = \left(n + \frac{1}{n+2}\right) + \frac{n+1}{n+2}$$

என்றே இருக்கும். இதிலிருந்து வகுத்தலும் கூட்டலும் ஒன்றே என்பதை உணரலாம்.

4. வகுத்தல் = கழித்தல்

$4\frac{1}{2} \div 3 = 1\frac{1}{2}$ $4\frac{1}{2} - 3 = 1\frac{1}{2}$.

$5\frac{1}{3} \div 4 = 1\frac{1}{3}$ $5\frac{1}{3} - 4 = 1\frac{1}{3}$.

$6\frac{1}{4} \div 5 = 1\frac{1}{4}$ $6\frac{1}{4} - 5 = 1\frac{1}{4}$.

$7\frac{1}{5} \div 6 = 1\frac{1}{5}$ $7\frac{1}{5} - 6 = 1\frac{1}{5}$.

....

பொதுவாக $\left(n + \frac{1}{n-2}\right) \div (n-1) = \left(n + \frac{1}{n-2}\right) - (n-1)$

இதிலிருந்து வகுத்தலும் கழித்தலும் ஒன்றே என்பது உண்மையாகிறது!

பெருக்கலும் வகுத்தலும் தனித் தனியே கூட்டலுக்கும் கழித்தலுக்கும் சமம் என இருப்பதால் பெருக்கலும் வகுத்தலும் ஒன்று என்பது உண்மைதானே! இவ் உண்மையினை உங்கள் நண்பர்களிடமும் கூறி மகிழுங்கள்.

26. பண்பின் தலைப்பிரியா எண்கள்!

கூடி வாழ்தலே மக்கள் பண்பு. அங்ஙனம் நாம் கூடிவாழ முற்படும்பொழுது - நட்புக் கொண்டு வாழ முனையும்பொழுது. நண்பர்களை எப்படித் தேர்ந்து கொள்வது என்பது மிகவும் முக்கியமானதாகும். நட்பின் சிறப்பை நன்குணர்ந்ததிருவள்ளுவர் நட்பு, நட்பாராய்தல், பழைமை, தீ நட்பு, கூடா நட்பு ஆகிய் ஐந்து அதிகாரங்களில் நட்பிற்குச் சிறப்பிடம் தந்து மிக விரிவாகவும் விளக்கமாகவும் கூறிச் செல்கிறார். அவர் நட்புக்குக் கூறுகின்ற விளக்கங்கள், நட்பினை ஆராய்ந்து கொள்ள வேண்டிய இன்றியமையாமை, பழைமை என்பது நட்பின் இன்றியமையாப் பண்பு என்பது, தீ நட்பைத் தவிர்க்க வேண்டிய தன் அவசியம், பகைவரிடம் காணும் நட்பு கூடா நட்பு என்பது -ஆகியவைகள் படித்தறிந்து நாம் பயன்படுத்த வேண்டியவை.

'கூடா நட்பு' என்ற அதிகாரத்தில் வள்ளுவர் இனம்போலவே இருந்து உண்மையில் இனம் அல்லாதவரின் நட்பு, பொதுமகளிரின் மனம்போல உள்ளொன்று புறமொன்றாக வேறுபட்டு நிற்கும் என்னும் கருத்தில்

'இனம்போன்று இனமல்லார் கேண்மை மகளிர்
மனம்போல வேறு படும்.''

என்று கூறுவார். "இனம் இனத்தோடு சேரும்", என்பது ஒத்த மனம் படைத்த இருவர் நட்புக்கொள்வர் என்ற கருத்தைச் சுட்டுகிறது.

எண்களிலும் இத்தகைய நட்பினை இனத்தோடு இனம் சேர்ந்து இருக்கும் இயல்பினைக் காணலாம். எப்படி என்பதைக் காண்போம்.

4-என்ற எண்ணுக்கு மேற்பட்ட எந்த ஒரு இரட்டைப்படை விகிதமுறு முழுஎண்ணும் (Even integral rational number) இரண்டு ஒற்றைப்படைப் பகாஎண்களின் (odd primes) கூடுதலாக அமைந்திருக்கும் அழகினைக் காணலாம்,

[இங்கு 4-என்ற எண் தவிர்க்கப்பட்டுள்ளதன் காரணம் 4 = 2 + 2 (இரு இரட்டைப்படைப் பகாஎண்களின் கூடுதல்) என்பதால்தான்]

இவ் உண்மையைக் கீழ்க் கண்டவாறு விளக்கலாம்:

6 = 3 + 3 = 1 + 5	14 = 7 + 7 = 1 + 13
8 = 3 + 5 = 1 + 7	16 = 3 + 13 = 5 + 11
10 = 3 + 7 = 5 + 5	18 = 7 + 11 = 1 + 17
12 = 5 + 7 = 1 + 11	20 = 7 + 13 = 1 + 19

இவ்வாறு எண்களில் "இனத்தோடு இனம் சேரும்" நட்பின் சிறப்பை எண்ணிப்பார்த்து இன்புறலாம்.

27. நாலுடன் ஒன்று கூடினால் வர்க்கம் ஆகும்!

பண்டுதொட்டு இன்றுவரை அந்தணர், அரசர், வணிகர், வேளாளர் என்று நான்கு வருணங்கள் பேசிவருகிறோம். இத்தகைய வருணபேதங்கள் — சாதி வேற்றுமைகள் - நீங்கவேண்டும் என்று பகுத்தறிவுப் போராட்டம் நடத்துகிறோம்.

பொதுவுடைமைத் தோழர்கள் உழைப்பாளர் வர்க்கம், உழைப்பை உறிஞ்சிக் கொழுக்கும் முதலாளி வர்க்கம், ஏழை எளிய உழவர்களின் வர்க்கம், நிலவுடைமை மிராசுதார் வர்க்கம், ஏழை பணக்கார வர்க்கங்கள் என்று பல்வேறு வகையான வர்க்க பேதங்களை எடுத்துக்காட்டிப் பொதுவுடைமைப் புரட்சியின் மூலம்தான் வர்க்கபேதமற்ற சமுதாயத்தை உருவாக்கமுடியும் என்று கூறுகின்றார்கள்.

மனித குலத்தினிடையே நிலவும் இத்தகைய வருணபேதங்கள் வர்க்கப் போராட்டங்களுக்கு மாறாக எண்குலத்தில் இன்பமூட்டும் எழில்மிகு வர்க்கங்கள் அமைந்துள்ளன. அங்கு போராட்டங்கள் இல்லை; பூசல்கள் இல்லை. புதிய புதிய வர்க்கங்கள் தோன்றி நம்மை மகிழ்விக்கின்றன.

தொடர்ச்சியாக அமைந்துள்ள ஏதேனும் நான்கு நேர் முழு எண்களின் (any four consecutive positive integers) பெருக்குத் தொகையுடன் 1-ஐக் கூட்டினால் கிடைக்கின்ற கூடுதல் எப்பொழுதும் வர்க்கமாகவே இருக்கும். நாலுடன் ஒன்று கூடினால் வர்க்கம்! எவ்வாறு எனக் காண்போம்.

(எ. டு.) 1, 2, 3, 4 என்ற தொடர்ச்சியாக அமைந்துள்ள நான்கு எண்களை எடுத்துக் கொள்வோம். இவற்றின் பெருக்குத்தொகை யுடன் 1-ஐக் கூட்டுவோம்.

$$(1 \times 2 \times 3 \times 4) + 1 = 24 + 1 = 25 = 5^2$$

கூடுதலாகிய 25 என்பது 5-இன் வர்க்கமாக அமைந்துள்ளதைப் பாருங்கள்.

இவ்வாறே 7, 8, 9, 10 என்ற தொடர்ச்சியாக அமைந்துள்ள நான்கு எண்களை எடுத்துக் கொள்வோம். அவற்றின் பெருக்குத் தொகையுடன் 1-ஐக் கூட்டுவோம்.

$$(7 \times 8 \times 9 \times 10) + 1 = 5040 + 1 = 5041 \quad = 5401 = 71^2$$

கூடுதலாகிய 5041 என்பது 71-இன் வர்க்கமாக அமைவதைக் கவனியுங்கள்.

$$(3 \times 4 \times 5 \times 6) + 1 = 360 + 1 = 361 = 19^2.$$

$$(14 \times 15 \times 16 \times 17) + 1 = 57{,}120 + 1 = 57{,}121 = 239^2.$$

இவ்வாறே தொடர்ச்சியாக உள்ள எந்த நான்கு நேர் முழு எண்களை எடுத்துக்கொண்டு அவற்றின் பெருக்குத்தொகையுடன் 1-ஐக் கூட்டினோமானால் கூடுதல் வர்க்கமாக அமைந்து நம்மை இன்புறுத்தும்.

கிடைக்கும் கூடுதல் எந்த எண்ணின் வர்க்கமாக அமையும் என்பதனை அறிந்துக்கொள்ள மிக எளிதான வழியொன்று உண்டு தொடர்ச்சியாக அமைந்துள்ள நான்கு என்களில் முதல் எண்ணை யும் நான்காவது எண்ணையும் பெருக்கி ஒன்றைக் கூட்டினால் கிடைக்கின்ற எண்ணின் வர்க்கமாக நமக்குக் கிடைக்கின்ற கூடுதல் அமைந்திருக்கும். எப்படி?

(எ. டு.) $(9 \times 10 \times 11 \times 12) + 1 = 109^2$

தொடர்ச்சியாக அமைந்துள்ள எண்களில் முதல் எண் 9; நான்காவது எண் 12. இவ்விரண்டு எண்களையும் பெருக்கி 1-ஐக் கூட்டக் கிடைப்பது 109. $[9 \times 12 + 1 = 109.]$ எனவே கூடுதல் 109-இன் வர்க்கமாக அமைந்திருக்கும். நம் விடையைச் சரி பார்ப்போம்.

$$(9 \times 10 \times 11 \times 12) + 1 = 109^2$$

$$11880 + 1 = 109 \times 109$$

$$11881 = 11881.$$

எனவே நாம் கண்டுபிடித்த 109-இன் வர்க்கம் என்பது சரி.

(எ.டு.) $(11 \times 12\ 13 \times 14) + 1 = 155^2.$

$(27 \times 28 \times 29 \times 30) + 1 = 811^2.$

$(35 \times 36 \times 37 \times 38) + 1 = 1331^2.$

மேலே கொடுத்துள்ளவற்றில் கூடுதலும் வர்க்கமும் சரியாக உள்ளனவா என்று கணக்கிட்டுச் சரிபாருங்கள். "நாலுடன் ஒன்று கூடினால் வர்க்கம்" என்ற இந்த எண்விளையாட்டினை நண்பர்களுடன் விளையாடி மகிழுங்கள்.

28. எண்ணில் காணலாம் எண்ணிலா இன்பம்!

உயிர்கள் அனைத்தும் இன்பத்தையே நாடுகின்றன. மனிதர்களாகிய நாமும் எப்பொழுதும் இன்பமாகவே இருக்க விழைகிறோம். "துன்பமே இயற்கை என்ற சொல்லை மறந்திடுவோம்; இன்பமே வேண்டி நிற்போம் யாவும் அவள் தருவாள்" என்று அன்னை பராசக்தியை வேண்டிநிற்பான் பாரதி. நம்முடைய பெரியோர்களும் சான்றோர்களும் பிறரைத் துன்புறுத்திக் கொடுமை செய்து மறவழியில் பெறுகின்ற இன்பத்தை வெறுத்து ஒதுக்கி - அன்பு வழியில் - அருள்வழியில் - பெறுகின்ற இன்பத்தையே சிறந்த இன்பமாகப் போற்றினர். தீமை கலக்காத தூய இன்பமே சிறந்த இன்பம்; நல்லின்பம்;பேரின்பம்.

இலக்கியம் நமக்கு அளிக்கின்ற இன்பமும் எண்கள் நமக்குத் தருகின்ற இன்பமும் அத்தகைய தூய நல்லின்பங்களே. நாம் எண்ணிப் பார்த்தோமானால் எண்ணில் காணலாம் எண்ணிலா இன்பம்! பின்வரும் எண்ணின்ப அனுபவங்களை உங்கள் நண்பர்களுடன் பகிர்ந்து மகிழுங்களேன்.

(அ) பின்வரும் சமன்பாடுகளில் காணும் அழகினைக் கண்டு இன்புறுங்கள்.

$37\ (3 + 7) = 3^3 + 7^3.$

$48\ (4 + 8) = 4^3 + 8^3.$

$111\ (11 + 1) = 11^3 + 1^3.$

$147\ (14 + 7) = 14^3 + 7^3.$

$148\ (14 + 8) = 14^3 + 8^3.$

மேலே கொடுத்துள்ள சமன்பாடுகளைச் சரிபார்த்து மகிழுங்கள்.

(ஆ) பின்வரும் பெருக்குத் தொகைகள் ஒவ்வொன்றிலும் 1 முதல் 9 வரையுள்ள இலக்கங்கள் ஒரே ஒரு முறையே வந்துள்ளன என்பதையும் எல்லா இலக்கங்களும் வந்துள்ளன என்பதையும் காணுங்கள்.

$$4 \times 1738 = 6952.$$
$$4 \times 1963 = 7852.$$
$$47 \times 198 = 5346.$$
$$42 \times 138 = 5796.$$
$$12 \times 483 = 5796.$$
$$18 \times 297 = 5346.$$
$$27 \times 198 = 5346.$$
$$28 \times 157 = 4396.$$
$$39 \times 186 = 7264.$$

மேலே கொடுத்துள்ள சமன்பாடுகள் சரியாக உள்ளனவா என்று சோதித்து மகிழுங்கள்.

(இ) பின்வரும் வர்க்கங்களில் ஒருவித ஒழுங்கும் அழகும் அமைந்திருப்பதைக் கண்டு இன்புறலாம். 32-இன் வர்க்கத்திலும் 49-இன் வர்க்கத்திலும் ஒரே இலக்கங்கள் மாறி அமைந்துள்ள அழகினைக் காணுங்கள்.

$$32^2 = 1024 \quad ; \quad 49^2 = 2401.$$

இவ் விரண்டு வர்க்கங்களிலும் 1, 0, 2, 4 என்ற இலக்கங்களே மாறி அமைந்துள்ளன அல்லவா?

இதே உண்மை 1024-இன் வர்க்கத்திலும் 2401-இன் வர்க்கத்திலும் அமைந்துள்ள அற்புதமான அழகைக் கண்டு ஆனந்தியுங்கள்:

$$1024^2 = 10,48,576.$$
$$2401^2 = 57,64,801.$$

இரண்டு வர்க்கங்களிலும் 1, 0, 4, 8, 5, 7, 6 என்ற இலக்கங்களே மாறி அமைந்துள்ளன அல்லவா?

(ஈ) 91-என்ற எண்ணை 1 முதல் 9 வரையுள்ள இலக்கங்களால் பெருக்கினால் கிடைக்கின்ற பெருக்குத்தொகைகளில் ஒருவிதமான லயம் அதாவது ஓர் ஒழுங்கு அமைந்துள்ளதைக் கண்டு மகிழுங்கள். ஒலியில் காணும் லயத்தினைப் பண்ணிசை என்றால் எண்ணில் காணும் இந்த லயத்தினை எண்ணிசை எனலாம் இல்லையா?

91	×	1	=	↓0 9 1↓
91	×	2	=	1 8 2
91	×	3	=	2 7 3
91	×	4	=	3 6 4
91	×	5	=	4 5 5
91	×	6	=	5 4 6
91	×	7	=	6 3 7
91	×	8	=	7 2 8
91	×	9	=	8 1↑6

பெருக்குத் தொகைகளில் அமைந்துள்ள இலக்கங்களில் முதல் இலக்கமும் மூன்றுவது இலக்கமும் ஒன்றொன்றாகக் கூடிக் கொண்டே செல்வதையும் நடுவில் அமைந்துள்ள இலக்கம் ஒன்றொன்றாகக் குறைந்துகொண்டே செல்வதையும் கவனியுங்கள். இவைகளைக் கணிதத்தில் கூட்டுத்தொடர்கள் (Arithmetic Progressions) என்போம்.

29. புரட்டுங்கள் எண்ணை!

எண்விளையாட்டுக்களை நண்பர்களோடு விளையாடிமகிழ்வதிலே ஒரு தனி இன்பம் உண்டு. பின்வரும் எண்விளையாட்டை நண்பர்களுடன் ஆடி மகிழ்க.

உங்கள் நண்பரை இறங்கு வரிசையில் (deseending order) நான்கு இலக்கங்களை எழுதி ஒரு நான்கிலக்க எண்ணை உருவாக்கச் சொல்லுங்கள். பின்னர் அதனை வலமிருந்து இடமாக மாற்றி அமைத்து மற்றொரு எண்ணை அமைக்கச் செய்து முன் எடுத்துக் கொண்ட எண்ணிலிருந்து கழிக்கும்படி கூறுங்கள். கழித்துவரும் எண்ணையும் முன்போலவே மாற்றி எழுதி இரண்டையும் கூட்டும்படி சொல்லுங்கள்; அவருக்குக் கிடைக்கும் விடையை நீங்கள் கூறலாம். உங்கள் நண்பர் வியப்பினுல் அயர்ந்து போவார். எப்படி?

(எ. டு.) உங்கள் நண்பர் இறங்குவரிசையில் எழுதிய எண்	9432
வலமிருந்து இடமாக மாற்றி அமைக்க உருவாவது	2349
கழிக்கக் கிடைப்பது	7083
மீண்டும் மாற்றி அமைக்க உருவாகும் எண்	3807
நண்பருக்கு இறுதியில் கிடைக்கும் விடை	10890

மேலே கூறியுள்ளவாறு செய்தோமானால் எப்பொழுதும் இறுதியில் விடையாக 10890-என்ற எண் தான் கிடைக்கும். ஆகவே இந்த எண்ணை-10890-ஐ நினைவில் வைத்துக்கொண்டால் உங்கள் நண்பரிடம் எதனையும் கேளாமலேயே அவருக்குக் கிடைத்துள்ள விடையினைக் கூறி மகிழ்விக்கலாம், இல்லையா?

30. பண்ணிசை கேளீர்! எண்ணிசை காணீர்!

ஏழிசையாய் இசைப் பயனாய் இருக்கின்றான் இறைவன் என்று இயம்புவார்கள். "ஏழு சுரங்களுக்குள் எத்தனை பாடல்?" என்று வினா எழுப்பி மகிழ்வார் கவியரசு கண்ணதாசன். தேர்ந்த கலைஞன் ஒருவன் நல்லதோர் பண்ணிலே இசை எழுப்பும்பொழுது நம் ஊனும் உயிரும் கலந்துருகக் களிக்கிறோம். நம்மை இசை விப்பதுவே இசை. இசையிலே இருக்கின்ற லயம் நம்மை வசப் படுத்தி இன்புறுத்துகிறது.

எண்ணிலும் ஓர் ஒழுங்கு அமைந்து அதாவது ஒருவித லயம் அமைந்து நம்மை இன்புறுத்துகின்றது. எண்களில் காணும் இந்த லயத்தினையே (Rhythm) இங்கு நாம் எண்ணிசை என்கிறோம்.

1089 - என்ற எண் எழுப்பும் இசையை - எண்ணிசையைக் - கண்டு களியுங்கள். 1089 - என்ற எண்ணை 1 முதல் 9 வரையுள்ள இலக்கங்களால் பெருக்கினோமானால் பெருக்குத்தொகைகளில் ஓர் எண்ணிசை தோன்றுவதைக் காணலாம்; கண்டு இன்புறலாம்.

→	←
1089 × 1 = 1089	1089 × 9 = 9801
1089 × 2 = 2178	1089 × 8 = 8712
1089 × 3 = 3267	1089 × 7 = 7623
1089 × 4 = 4356	1089 × 6 = 6534
1089 × 5 = 5445	1089 × 5 = 5445
1089 × 6 = 6534	1089 × 4 = 4356
1089 × 7 = 7623	1089 × 3 = 3267
1089 × 8 = 8712	1089 × 2 = 2178
1089 × 9 = 9801	1089 × 1 = 1089

மேலே காட்டியுள்ள 1089-என்ற எண் எழுப்பும் எண்ணிசையில் பல்வேறு லயங்களையும் பல்வேறு நயங்களையும் கண்டு களிக்கலாம்.

1089 × 1 = 1089 ; 1089 × 9 = 9801.

பெருக்குத் தொகைகள் இரண்டிலும் இலக்கங்கள் ஒன்ருகவும் ஆருல் வலமிருந்து இடமாக மாறி அமைந்துள்ள லயத்தினை - நயத்தினைக் - காணுங்கள்.

பெருக்குத்தொகைகளை இருபாதிகளாகப் பகுத்தால் பகுதிகளின் கூடுதல் எப்பொழுதும் 99-என்ற எண்ணுகவே கிடைத்து இன்பமூட்டுகிறது.

10 + 89 = 99 ; 21 + 78 = 99

65 + 34 = 99 ; 87 + 12 = 99

பெருக்குத் தொகைகளில் முதலிரண்டு இலக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் ஒன்ருென்ருகக் கூடிக்கொண்டே செல்ல, பின்னிரண்டு இலக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் ஒன்ருென்ருகக் குறைந்து கொண்டே செல்கின்றன. அதாவது பெருக்குத் தொகைகளில் நான்கு கூட்டுத் தொடர்கள் (Arithmetic Progressions) அமைந்துள்ளன.

பெருக்குத் தொகைகளில் முன்பாதியில் அமைந்துள்ள ஈரிலக்க எண்கள் பதினென்று பதினென்ருகக் கூடிச் செல்ல பின்பாதியில் அமைந்துள்ள எண்கள் அவ்வாறு குறைந்துகொண்டு செல்கின்றன என்பதைக் காண்க :

(10, 21, 32, 43, 54, ...)

(89, 78, 67, 56, 45, ...)

இவ்வாருக 1089-என்ற எண் எழுப்பும் எண்ணிசையில்மேலும் பல லய நுட்பங்களைக் கண்டு களிக்கலாம். எண்ணி இன்புறலாம்.

உங்கள் நண்பர்கட்கும் எண்ணிசை காட்டி இன்புறுத்துங்கள்.

31. எண்ணிக் கொள்ளுங்கள், சொல்கிறேன்!

அமைச்சியலில் திருவள்ளுவர் அமைச்சர்கட்கு இருக்க வேண்டிய பண்புகளைச் சுட்டிச் செல்லும்பொழுது அவற்றுள் ஒன்ருகக் "குறிப்பறிதல்" கூறுவார்.

ஒருவர் சொல்லாமலே அவருடைய முகத்தை நோக்கி அவர் கருதிய குறிப்பை அறிகின்றவன் எப்போதும் உலகத்திற்கு ஓர் அணிகலன் ஆவான்.

ஐயப்படாமல் மனத்தில் உள்ளதை உணர வல்லவனை (அவன் மனிதனே ஆனாலும்) தெய்வத்தோடு ஒப்பாகக் கொள்ள வேண்டும்.

(முகம் கண் இவற்றின்) குறிப்புக்களால் உள்ளக் குறிப்பை உணரவல்லவரை நாட்டின் உறுப்புக்களுள் எதைக் கொடுத்தாவது துணையாகப் பெற்றுக் கொள்ளவேண்டும்.

ஒருவன் மனத்தில் கருதியதை அவன் கூறாமலே அறிந்து கொள்ள வல்லவரோடு மற்றவர் உறுப்பால் ஒத்தவராக இருந்தாலும் அறிவால் வேறுபட்டவர் ஆவர்.

இவ்வாறு "குறிப்பறிதல்" என்ற அதிகாரத்தில் கூறிச் செல்லுகின்றார் திருவள்ளுவர்.

நாமும் நம்முடைய நண்பர்கள் மனதில் கருதிய எண்களைப் பின்வரும் எண்விளையாட்டுக்களின் மூலமாக அவர்கள் அவைகளைக் கூறாமலேயே அறிந்து கூறமுடியும். எப்படி? எண்ணிக் கொள்ளுங்கள், சொல்கிறேன்.

(அ) நீங்கள் ஏதாவதொரு எண்ணை மனதில் நினைத்துக் கொள்ளுங்கள். அதனை 2-ஆல் பெருக்கி 4-ஐக் கூட்டுங்கள். பின்பு கூடுதலை 2-ஆல் வகுத்துக் கிடைக்கும் ஈவுடன் 7-ஐக் கூட்டுங்கள். பின்னர் அதனை 8-ஆல் பெருக்கி, பெருக்குத் தொகையிலிருந்து 12-ஐக் கழியுங்கள். அதன் பிறகு 4-ஆல் வகுத்து, கிடைக்கும் ஈவிலிருந்து 11-ஐக் கழித்து, விடையைக் கூறுங்கள்;

நீங்கள் முதலில் நினைத்துக் கொண்ட எண்ணைப் பின்வருமாறு கண்டு கூறலாம். நீங்கள் கூறிய விடையிலிருந்து 4-ஐக் கழித்து மீதியை 2-ஆல் வகுத்தால் நீங்கள் முதலில் எண்ணிய எண் கிடைத்துவிடும். ஓர் எடுத்துக்காட்டுக் காண்போம்.

(எ. டு.) நீங்கள் எண்ணிக் கொண்ட எண் 17 என்போம்.

1. எண்ணிக் கொண்ட எண்ணை 2-ஆல் பெருக்க $(2 \times 17) = 34$
2. இத்துடன் 4-ஐக் கூட்ட $(34+4) = 38$
3. இதனை 2-ஆல் வகுக்க $(38 \div 2) = 19$
4. இத்துடன் 7-ஐக் கூட்ட $(19+7) = 26$
5. இதனை 8-ஆல் பெருக்கிப் 12-ஐக் கழிக்க

$$26 \times 8 - 12 = 208 - 12 = 196$$

6. இதனை 4-ஆல் வகுத்துப் 11-ஐக் கழிக்க

$$(196 \div 4) - 11 = 49 - 11 = 38$$

நீங்கள் கூறும் விடை = 38.

இவ்விடையிலிருந்து 4-ஐக் கழித்து 2-ஆல் வகுத்தால் நீங்கள் எண்ணிக்கொண்ட எண் கிடைத்துவிடும்.

$$38 - 4 = 34. \quad 34 \div 2 = 17$$

எனவே நீங்கள் எண்ணிக் கொண்ட எண் 17.

இந்த எண்விளையாட்டினை உங்கள் நண்பர்களுடன் விளையாடி மகிழலாம்தானே!

(ஆ) மற்றொரு எண்விளையாட்டுக் காணலாம்.

நீங்கள் ஏதேனும் ஒரு எண்ணை எண்ணிக்கொண்டு அதனை 2-ஆல் பெருக்கி, பெருக்குத் தொகையுடன் 18-ஐக் கூட்டுங்கள். கூட்டுத்தொகையை மீண்டும் 2-ஆல் பெருக்கி 36-ஐக் கழித்து விடையைக் கூறுங்கள்.

நீங்கள் நினைத்துக்கொண்ட எண்ணைப் பின்வருமாறு எளிதில் கண்டு கூறலாம். நீங்கள் கூறிய விடையை 4-ஆல் வகுத்தால் நீங்கள் முதலில் எண்ணிக் கொண்ட எண் கிடைக்கும். இதனை உதாரணம் ஒன்று கொண்டு விளக்குவோம்.

(எ. டு.) நீங்கள் எண்ணிக்கொண்ட எண் 37 என்க.

1. நினைத்த எண்ணை 2-ஆல் பெருக்கிப் 18-ஐக் கூட்ட

$$37 \times 2 + 18 = 74 + 18 = 92$$

2. இதனை மீண்டும் 2-ஆல் பெருக்கி 36-ஐக் கழிக்க

$$92 \times 2 - 36 = 184 - 36 = 148$$

நீங்கள் கூறுகின்ற விடை = 148.

இவ்விடையை 4-ஆல் வகுத்தால் நீங்கள் முதலில் எண்ணிக் கொண்ட எண் கிடைத்துவிடும்.

நீங்கள் எண்ணிக்கொண்ட எண் $= \frac{148}{4} = 37.$

இந்த எளிய எண்விளையாட்டு உங்கள் நண்பர்களையும் மகிழ்விக்கும்.

(இ) மற்றுமொரு எண்விளையாட்டுக் காணலாமா?

நீங்கள் ஏதேனும் ஓர் எண்ணை எண்ணிக்கொண்டு அத்துடன் 2-ஐக் கூட்டி 3-ஆல் பெருக்குங்கள். பின்னர் பெருக்குத்தொகை

யிலிருந்து 4-ஐக் கழியுங்கள். அதன் பிறகு 3-ஆல் பெருக்கி முதலில் எண்ணிக் கொண்ட எண்ணைக் கூட்டி விடையைக் கூறுங்கள்.

நீங்கள் எண்ணிய எண்ணைக் காணக் கூறிய விடையிலிருந்து 6-ஐக் கழித்து, மீதியைப் 10-ஆல் வகுக்கவேண்டும். ஓர் எடுத்துக் காட்டுக் காண்போம்.

(எ. டு.) நீங்கள் எண்ணிக் கொண்ட எண் 56 என்க.

1. எண்ணுடன் 2-ஐக் கூட்டி 3-ஆல் பெருக்க

$(56 + 2)\,3 = 58 \times 3 = 174$

2. இதிலிருந்து 4-ஐக் கழித்து 3-ஆல் பெருக்கி முன்பு எண்ணிய எண்ணைக் கூட்ட

$3\,(174 - 4) + 56 = 510 + 56 = 566$

நீங்கள் கூறும் விடை = 566.

கூறும் விடையிலிருந்து 6-ஐக் கழித்துப் 10-ஆல் வகுக்க நீங்கள் எண்ணிய எண் கிடைக்கும்.

$566 - 6 = 560 \;;\; 560 \div 10 = 56.$

"எண்ணிக் கொள்ளுங்கள், சொல்கிறேன்!" என்ற இந்த எண்விளையாட்டுக்களை அறிந்துகொண்டு உங்கள் நண்பர்கள் மனத்தில் எண்ணியதைக் குறிப்பால் அறிந்து கூறி அவர்களை மகிழ்வித்து நீங்களும் மகிழுங்கள்.

32. நாலு நாலுகள் நவிலும் இன்பம்!

மார்கழி மாதம். இரவு நேரம். எங்கும் ஒரே பனி. இரு புலவர்கள் சந்தித்துக் கொண்டனர். ஒருவர், "பனிக்காலம் மிக மிகக் கொடியது" என்று கரகரப்பான குரலில் கூறினர். மற்ெறாருவர் அவர் கூறியதை மடக்கி, "பனிக்காலம் மிகமிக நன்று" என்று மூக்கடைப்போடு பேசினர். முதலாமவரும், "நன்று கூறினீர்" என்று இரண்டாமவர் கூறியதை ஏற்றுக் கொண்டார்.

இருவரும் ஒரே கருத்தைத்தான் இருவேறு விதங்களில் கூறினர்கள். முன்னவர், "பனிக்காலமானது மிகவும் கொடியது" என்று கூறினர். பின்னவர், "பனிக்கு ஆலம் மிக நன்று" -

அதாவது பனியின் கொடுமையை எண்ணிப் பார்த்தால் விஷமானது நல்லது என்ற கருத்தில் கூறினர். ஆலம் என்றால் விஷம் என்றொரு பொருளுண்டு. இவ்வாறு ஒரு சொல்லையோ தொடரையோ எழுத்துக்களை இணைத்தும் பிரித்தும் வெவ்வேறு பொருள் படுமாறு கூறுவதை மடக்கு என்பார்கள்.

செய்யுட்களில் மடக்கணி என்று ஒருவகை அணியினைப் பயன் படுத்திப் புலவர்கள் பாடுவதுண்டு. பாடலில் ஒருமுறை வந்த சொல்லோ, தொடரோ, அடியோ மீண்டும் திரும்பவந்து பொருள் வேறுபடுமாறு கூறுவது மடக்கு என்னும் சொல்லணியாம். கலம்பகங்களில் இவ்வகை மடக்கணி பயிலப்பட்டு வரும் பாடல்களைக் காணலாம்.

''எழுத்தின் கூட்டம் இடைபிறி தின்றியும்
பெயர்த்தும்வேறு பொருள்தரின் மடக்கெனும் பெயர்த்தே''

என்பது தண்டியலங்காரம் கூறும் இலக்கணம். எழுத்துக்களது தொகுதி, பிறவெழுத்தானும் சொல்லானும் இடையிடாதும் இடையிட்டும் வந்து பெயர்த்தும் வேறுபொருளை விளைப்பது மடக்கு என்னும் அலங்காரமாகும் என்பது அதன் பொருள்.

ஒரே சொல்லின் எழுத்துக்களை இணைத்தும் பிரித்தும் வெவ்வேறு வகையில் பொருள் வேறுபடுமாறு கூறுவதைப்போல ஒரே மாதிரியான இலக்கங்களை இணைத்தும் பிரித்தும் வெவ்வேறு மதிப்புள்ள எண்கள் கிடைக்குமாறு எழுதலாம்.

உங்கள் நண்பர்களை மடக்கப் பின்வரும் எண்விளையாட்டு உங்கட்கு நன்கு பயன்படும்.

எண்ணில் காணுகின்ற இந்த விளையாட்டு ஒரு புதுமையான விளையாட்டு. சிந்தனைக்கு விருந்தூட்டும் சிறப்பான ஒரு விளையாட்டு.

நான்கு 4-ஐ எடுத்துக் கொண்டு (அதிகமாகவும் இல்லை; குறைவாகவும் இல்லை) பொருத்தமான செய்முறைக் குறியீடுகளைப் (Signs of operation) பயன்படுத்தி அவைகளை இணைத்து 1, 2, 3, — என்ற எண்களை அடுத்தடுத்து எழுதவேண்டும். இவ்விளையாட்டில் நாம் பின்வரும் செய்முறைக் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்லாம்: கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல், அடுக்கு, வர்க்கமூலம். தசமப்புள்ளி, தொடர் தசமப்புள்ளி (Repeated decimal), காரணீயப் பெருக்கம் (Factorial symbol). இக் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தினால் எண் 4 பெறுகின்ற மாற்றங்கள் பின்வருமாறு:

$$4^4 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256; \quad \cdot 4 = \frac{4}{10}$$

$$\dot{.4} = \frac{4}{9}; \quad \sqrt{4} = 2; \quad \sqrt{\dot{.4}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

காரணீயப் பெருக்கம் : $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24.$

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி நான்கு 4-களைக் கொண்டு 1 முதல் வரிசையாக 135 வரை எழுதக் கூடும் என்றால் வியப்படைவதற்கில்லை.

1 முதல் 10 வரையுள்ள இயற்கை எண்களை மிக எளிதாகப் பின்வருமாறு எழுதலாம் :

$$1 = (4 \div 4)(4 \div 4)$$
$$2 = (4 \div 4) + (4 \div 4)$$
$$3 = (4 + 4 + 4) \div 4$$
$$4 = 4 + (4 - 4)4$$
$$5 = (4 \times 4 + 4) \div 4$$
$$6 = 4 + (4 + 4) \div 4$$
$$7 = 4 + 4 - (4 \div 4)$$
$$8 = 4 + 4 + 4 - 4$$
$$9 = 4 + 4 + (4 \div 4)$$
$$10 = (4 \div \cdot 4) + 4 - 4$$

பல எண்களை பல்வேறு முறைகளில் எழுதக் கூடும். ஆனால் ஒரு சில எண்களை எழுத மிகுந்த அறிவுக் கூர்மையும் சிந்தனை ஆற்றலும் தேவை. எடுத்துக்காட்டாக :

$$13 = 4 \div \cdot\dot{4}) + \sqrt{4} + \sqrt{4}$$

$$19 = (4 \div \cdot\dot{4}) + (4 \div \cdot\dot{4})$$

$$\begin{aligned} 23 &= (4!) \div (\cdot\dot{4} + \cdot\dot{4}) - 4 \\ &= 24 \div \tfrac{8}{9} - 4 \\ &= 27 - 4 = 23. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 30 &= (4 \div \cdot\dot{4})\,(4 - \sqrt{.\dot{4}}) \\ &= (4 \div \tfrac{4}{9})\,(4 - \tfrac{2}{3}) \\ &= 9 \times 3\tfrac{1}{3} = 9 \times \tfrac{10}{3} = 30. \end{aligned}$$

மேலே கொடுத்துள்ள செய்முறைக் குறியீடுகளைப் பயன் படுத்தி இரண்டு 4-களை இணைத்துப் பார்த்தோமானால் கிடைக் கின்ற விடைகள் நம்மை வியப்புக்கடலில் ஆழ்த்திவிடும். இந்த எண்விளையாட்டினைத் திறமையாக விளையாட வேண்டுமானால் முதலில் இரண்டு 4-களையும், மூன்று 4-களையும் பல்வேறு குறியீடு களைக் கொண்டு இணைத்துக் கிடைக்கும் விடைகளைத் தயார் செய்து கொள்ளவேண்டும். பின் வருவனவற்றைக் காணுங்கள்.

$$4 \div \cdot 4 = 4 \div \frac{4}{10} = 10.$$

$$4 \div \cdot\dot{4} = 4 \div \frac{4}{9} = 9.$$

$$4 \times \sqrt{4} = 4 \times 2 = 8.$$

$$4 - \sqrt{.\dot{4}} = 4 - \sqrt{\frac{4}{9}} = 4 - \frac{2}{3} = 3\frac{1}{3} = \frac{10}{3}.$$

$$4 \times \sqrt{\cdot\dot{4}} = 4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\cdot 4 + \cdot\dot{4} = \frac{4}{10} + \frac{4}{9} = \frac{76}{90}.$$

$$4 + \sqrt{\cdot\dot{4}} = 4 + \frac{2}{3} = 4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}.$$

$$4! \div \sqrt{4} = 24 \div 2 = 12.$$

இவைபோன்று இன்னும் பல.

இயலுமான வழிகளில் இவைகளில் இரண்டை இணைத்து நான்கு நாலுகளால் தேவையான எண்ணை எழுதிக்காட்டலாம். எடுத்துக்காட்டாகக் கடைசி இரண்டைப் பயன்படுத்தி 56-ஐ எழுதலாம்.

$$56 = (4! \div \sqrt{4})\,(4 + \sqrt{.\dot{4}})$$
$$= 12 \times \frac{14}{3} = 56.$$

$$32 = (4 \times \sqrt{\cdot\dot{4}})\,(4! \div \sqrt{4}).$$
$$= \frac{8}{3} \times 12 = 32.$$

$\frac{14}{3}$ என்ற விடையினை உருவாக்கும் இரு 4-களின் இணைப்பு மிகவும் சிறப்பு வாய்ந்தது; பயன்படக் கூடியது. ஏனெனில் 14-இல் 7 என்ற காரணி அடங்கியுள்ளது.

இங்ஙனம் நான்கு நாலுகளைக் கொண்டு இயற்கை எண்களை எழுதிக் காட்டுவது அறிவு பூர்வமான சிந்தனை ஆற்றலை வளர்க்கக் கூடிய சிறந்ததொரு விளையாட்டு. இந்த எண்விளையாட்டை நன்கு கற்றுப் பயிற்சி பெற்றுக்கொண்டு உங்கள் நண்பர்களிடம் விளையாடிப் பாருங்கள். நாலு நாலுகள் நவிலும் இன்பம் உங்கள் நண்பர்களை வியப்பில் ஆழ்த்தும்; மகிழ்ச்சி கூட்டும்.

33. எண்ணியதை ஆறுமுகன் கூறுவான்!

நண்பர்களுடன் மாலைப்பொழுதை இனிமையாகக் கழித்துக் கொண்டிருக்கிறீர்கள். குறைந்தது ஆறு நண்பர்கள் இருந்தால் அவர்களுடன் இந்த எண்விளையாட்டை விளையாடி மகிழ்ச்சி பெறலாம். சிற்றுலா (Picnic) செல்லும் வேளைகளிலும் பொழுதை மகிழ்வாகக் கழிக்க இந்த எண்விளையாட்டு பயன்படும். இது ஒரு புதுமையான விளையாட்டு. அதனைக் காண்போம்.

உங்கள் நண்பர்களில் ஒருவரை 1-இலிருந்து 9-உக்குள் ஓர் எண்ணை நினைத்துக் கொள்ளச் சொல்லுங்கள். அதனையே ஆறு முறை அடுத்தடுத்து எழுதி ஓர் ஆறிலக்க எண்ணை உருவாக்கட்டும். அந்த எண்ணை உங்கள் நண்பர்களில் மற்றவர் ஒவ்வொருவராக 3, 7, 11, 13, 37 என்ற எண்களால் அடுத்தடுத்து வகுக்கச் சொல்லுங்கள். கடைசியாகக் கிடைப்பது முதல் நண்பர் எண்ணிக்கொண்ட இலக்கமாக இருக்கும். நீங்கள் எண்ணைப் பார்க்காமலேயே கடைசி நண்பரிடமிருந்து விடையைப் பெற்று முதல் நண்பரிடம் தந்து சரிபார்க்கச் சொல்லலாம். உங்கள் நண்பர்களைத் திகைப்பில் ஆழ்த்த, வகுக்கச் சொல்லும் எண்களின் வரிசையை மாற்றிக் கொள்ளலாம். அல்லது இரு எண்களைப் பெருக்கிக் கொண்டு ($3 \times 7 = 21$; $3 \times 11 = 33$; $3 \times 13 = 39$; $11 \times 7 = 77$) அவைகளால் வகுக்கச் சொல்லலாம். இரகசியம் உங்கள் நண்பர்கட்குத் தெரியாமல் காக்க இவ்வாறு வெவ்வேறு எண்களால் வகுக்கும்படி செய்து நண்பர்களை வியப்பில் ஆழ்த்தலாம். இந்த எண்விளையாட்டின் இரகசியம் என்ன?

$$111,111 = 111 \times 1001.$$
$$= 3 \times 37 \times 7 \times 11 \times 13.$$
$$= 3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37.$$

எனவே நண்பர் 1 முதல் 9-வரையுள்ள இலக்கங்களில் ஒன்றை எண்ணிக் கொண்டு அதனை அடுத்தடுத்து ஆறுமுறை எழுதினுல் ஓர் ஆறிலக்க எண் கிடைக்கும். அந்த ஆறிலக்க எண் எடுத்துக்

கொண்ட இலக்கத்தை 111,111-ஆல் பெருக்கியதாக இருக்கும். ஆகவே அந்த ஆறிலக்க எண்ணை முறையே 3, 7, 11, 13, 37 ஆகியவைகளால் அடுத்தடுத்து வகுக்கும்பொழுது முடிவில் நண்பர் எண்ணிய இலக்கம் கிடைக்கிறது. எப்படி எனக் காண்போம்:

(எ. டு.) உங்கள் நண்பர் எண்ணிக்கொள்வது 7 என்க.

இந்த இலக்கத்தை அடுத்தடுத்துஆறுமுறை எழுத உருவாகும் ஆறிலக்க எண் = 777,777.

இதனை உங்கள் நண்பர்கள் ஒவ்வொருவராக 3, 7, 11, 13, 37 ஆகியவைகளால் வகுக்கட்டும்.

1.	இரண்டாவது நண்பர்	777,777 ÷ 3	=	259,259
2.	மூன்றுவது நண்பர்	259,259 ÷ 7	=	37,037
3.	நான்காவது நண்பர்	37,037 ÷ 11	=	3,367
4.	ஐந்தாவது நண்பர்	3,367 ÷ 13	=	259
5.	ஆறுவது நண்பர்	259 ÷ 37	=	7

ஆறுவது நண்பரின் விடை முதல் நண்பர் எண்ணிய இலக்கமாக இருக்கும். ஆறுமுகங்களில் ஆறும் முகன் விடை கூறுவார்.

இந்த எண்விளையாட்டை உங்களின் சாமர்த்தியத்திற்குத் தகுந்தாற்போல ஒவ்வொரு முறையும் மாற்றி அமைத்துக் கொள்ளலாம். உங்கள் நண்பர்கள் வியப்பில் ஆழ்ந்து போவார்கள். "எப்படி?" என்று உங்கள் நண்பர்கள் கேட்டால் "எண்ணியதை ஆறுமுகன் கூறுவான்!" என்று நீங்கள் கூறலாம் அல்லவா?

34. அழிவிலாத் தன்மையை அடைவது எங்ஙனம்? ஒன்பது கண்டு உணர்க அதனை!

நிலையில்லாத இவ்வுலகத்தில் நிலையாக அழியாமல் இருக்கக் கூடியது ஒன்று உண்டானுல் அதுவே புகழ் என்பதாகும். புகழ் எனின் உயிரும் கொடுப்பர் சான்ருேர்; பழி எனின் உலகுடன் பெறினும் கொள்ளமாட்டார்கள். வான்புகழ் வள்ளுவர்,

"ஒன்ருு உலகத்து உயர்ந்த புகழல்லால்
பொன்ருது நிற்பதொன்று இல்"

என்று புகழின் பெருமை பேசுவார். புறநானூற்றுப் புலவனும்

"மன்னு உலகத்து மன்னுதல் குறித்தோர்
தம்புகழ் நிறீஇத் தாம் மாய்ந்தனரே"

என்று கூறுவான்.

அழிவிலாது தன் பெருமையை - புகழை - என்றும் பேசும்படி செய்கிறது 9-என்ற எண். இந்த எண்ணின் ஆற்றல்-இயல்பான ஆற்றல் - அவ்வாறு அமைத்துள்ளதால் இத்தகைய அழிவிலாத தன்மையினைப் பெற்றுத் திகழ்கிறது. அழிவிலாத தன்மையைப் பற்றி நாம் அறிந்து கொள்ளவேண்டுமெனில் ஒன்பது கண்டு உணர்வோம் அதனை!

(அ) ஒன்பது என்ற எண்ணை எண்களின் அரசன் என்று கூறலாம்.

9-ஆல் எந்த எண்ணைப் பெருக்கினாலும் பெருக்குத் தொகையிலுள்ள இலக்கங்களின் கூடுதல் (ஓரிலக்க எண் கிடைக்கும் வரை கூட்டிச் சென்றால்) எப்பொழுதும் ஒன்பதாகவே வரும்.

(எ. டு.) $9 \times 2 = 18$; $1 + 8 = 9$.

$9 \times 7 = 63$; $6 + 3 = 9$.

$9 \times 258 = 2322$; $2 + 3 + 2 + 2 = 9$.

$9 \times 7894 = 71{,}046$; $7+1+0+4+6 = 18$; $1 + 8 = 9$.

(ஆ) இரண்டு இலக்க எண்ணில் இரு இலக்கங்களும் வேறாக இருக்குமெனில், எண்ணுக்கும் எண்ணை வலமிருந்து இடமாக மாற்றக் கிடைத்த எண்ணுக்கும் உள்ள வித்தியாசம் எப்பொழுதும் 9-இன் மடங்காகவே இருக்கும். இலக்கங்களைக் கூட்டினால் இறுதியில் 9 எனவே வரும்.

(எ. டு.) 74, 47 ; $74 - 47 = 27$; $2 + 7 = 9$.

83, 38 ; $83 - 38 = 45$; $4 + 5 = 9$.

91, 19 ; $91 - 19 = 72$; $7 + 2 = 9$.

ஓர் ஈரிலக்க எண்ணுக்கும் அந்த எண்ணை வலமிருந்து இடமாக மாற்றிப் போட்ட எண்ணுக்கும் உள்ள வித்தியாசம் எப்பொழுதும் 81-உக்குமேல் இருக்காது. (ஏன்? எண்ணிப் பாருங்கள்.)

(இ) அவ்வாறு கிடைக்கும் வித்தியாசத்தையும் அவ்வித்தியா சத்தை வலமிருந்து இடமாக மாற்றிப் போட்ட எண்ணையும் கூட்டினால், கூடுதல் எப்பொழுதும் 99 ஆகவே கிடைக்கும்.

(எ. டு.)

72 ; 27 ; 72 — 27 = 45 ; 45 + 54 = 99.

84 ; 48 ; 84 — 48 = 36 ; 36 + 63 = 99.

68 ; 86 ; 86 — 68 = 18 ; 18 + 81 = 99.

இந்த 99-இன் இலக்கங்களை ஓரிலக்க எண் கிடைக்கும்வரை கூட்டிக்கொண்டே சென்றேமானுல் இறுதியில் கிடைப்பது 9ஆக இருக்கும்.

99 ; 9 + 9 = 18 ; 1 + 8 = 9.

(ஈ) எந்த எண்ணை எடுத்துக்கொண்டு அதை 9-ஆல் பெருக்கினே மாணுலும் அந்தப் பெருக்குத் தொகையில் உள்ள இலக்கங்களின் கூடுதல் (ஓரிலக்க எண் கிடைக்கும்வரை கூட்டினுல்) 9 ஆகவே இருக்கும். எங்ஙனம்?

(எ. டு.) 765348 என்ற ஓர் எண்ணை எடுத்துக் கொள்க. அதை 9-ஆல் பெருக்குக. 765348 × 9 = 68,88,132. பெருக்குத் தொகையில் உள்ள இலக்கங்களைக் கூட்ட

6 + 8 + 8 + 8 + 1 + 3 + 2 = 36 ; 3 + 6 = 9.

இங்ஙனம் 9-இன் பெருமையினைக் கூறிக்கொண்டே செல்லலாம்.

"தோன்றின் புகழொடு தோன்றுக அஃதிலார்
தோன்றலின் தோன்றுமை நன்று".

என்பது வள்ளுவர்தம் புகழ்மொழி.

ஒரு துறையில் முற்பட்டுத் தோன்றுவதானுல் புகழோடு தோன்ற வேண்டும்; அத்தகைய சிறப்பு இல்லாதவர் அங்குத் தோன்றுவதைவிடத் தோன்ருமலிருப்பது நல்லது என்பது அக் குறளின் பொருளாகும்.

9-இன் அழிவிலாத் தன்மையினையும் பெருமையினையும் அறிந்து இன்புறுக. ஒன்பது போல் நீங்களும் புகழ்பெற்று நிலையாக வாழ முயலுங்கள்.

35. எண் காட்டும் ஜாலம்!

"God made the integers; all the rest is the work of man"
—**Leopold Kronecher.**

"எண்களை இறைவன் படைத்தனன்; பிற எல்லாம் மனிதனின் செயல்களே ஆகும்" என்று கூறினுர் கணிதப் பேரறிஞர்

லியோபோல்டு குரோனேக்கர். இறைவன் படைத்த எண்களில் தான் எத்தனை விந்தையான தன்மைகள். எண்ண எண்ண இனிமை ஊட்டும் அற்புதப் பண்புகள். ''எண்காட்டும் ஜாலம்'' ஒன்றைக் கண்டு மகிழுங்கள்.

$11^2 = 121.$	$1+2+1 = 4 = 2^2.$
$111^2 = 12321.$	$1+2+3+2+1 = 9 = 3^2.$
$1111^2 = 1234321.$	$1+2+3+4+3+2+1 = 16 = 4^2$
$11111^2 = 123454321.$	$1+2+3+4+5+4+3+2+1 = 25 = 5^2.$
....	....

$$111,111,111^2 = 123 \ldots 9 \ldots 321.$$

இங்கு $1+2+3+4+\ldots+9+\ldots+4+3+2+1$

$$81 = 9^2.$$

இவ்வாறு கிடைக்கின்ற வர்க்க எண்களில் அமைந்துள்ள அழகினையும், ஏற்ற இறக்கத்தினையும், நடுவில் நாயகமாக வீற்றிருக்கும் எண்ணையும் நன்கு கூர்ந்து பார்த்து அதன் பண்பை உணர்ந்து இன்புறுங்கள்.

வர்க்கங்களாக கிடைக்கின்ற எண்களாகிய 121 ; 12321 1234321, ... போன்றவைகளைப் பின்வருமாறும் எழுதலாம்.

$$121 = \frac{22 \times 22}{1+2+1}$$

$$12321 = \frac{333 \times 333}{1+2+3+2+1}$$

$$1234321 = \frac{4444 \times 4444}{1+2+3+4+3+2+1}$$

இவ்வாறே பிறவற்றையும் எழுதிக்காட்டலாம். இத்தகைய ''எண் காட்டும் ஜாலம்'' கற்று அறிந்துகொண்டு நண்பர்கட்கும் கூறி அவர்களையும் இன்புறுத்துக.

36. எண்மாலை வேண்டுமா!

மலர்களைத் தொடுத்துக் கட்டினால் மாலையாகும். பல்வகை வண்ண மலர்களைக் கலந்து தொடுத்தால் அது கதம்பமாலை எனப்படும். ஒரே வகையான மலர்களைத் தொடுத்தும் மாலைகளைக் கட்டுவார்கள். எந்த மலர்களால் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றனவோ அந்த மலர்களாலேயே மாலையும் பெயர்பெறும். ரோசா மலர்களால் ஆகிய மாலை ரோசா மாலை; மல்லிகை மலர்களால் ஆகிய மாலை மல்லிகை மாலை; பன்னீர்ப் பூக்களால் ஆகியமாலை பன்னீர்ப் பூமாலை ; சாமந்திப் பூக்களால் ஆகிய மாலை சாமந்தி மாலை என அழைக்கப்படும். அவரவருக்கு விருப்பமான மலர்மாலைகளைத் தேடிப்பெற்று இறைவனுக்குச் சூட்டியோ, தலைவர்க்கு அணிவித்தோ மகிழ்வர்.

வண்ண மலர்களால் மாலைகள் தொடுப்பதைப்போல எண்ண இனிக்கின்ற எண்மலர்களாலும் மாலைகள் தொடுக்கலாம். ஒருவருக்கு எந்த இலக்கம் மிகவும் விருப்பமோ அந்த இலக்கங்களே அடுக்கி வருவதுபோல எண்மாலைகள் தொடுக்கலாம். எண்மாலைகள் தொடுப்பது எப்படி என்பதைப் பின்வரும் எண் விளையாட்டு உங்கட்குக் கற்றுத்தரும். உங்கள் நண்பர்கள் விரும்பும் எண்மாலைகளைத் தொடுத்து அவர்கட்குச் சூட்டி மகிழுங்கள்.

மாலை தொடுக்க மலர்களும் நாரும் தேவை அல்லவா? எண் மாலை தொடுக்க மலராக இருப்பது 15873 என்ற எண்; நாராக இருப்பது 7 ஆகும். எண்ண எண்ண இனிக்கின்ற எண்மாலைகள் தொடுப்போமா?

15873 என்ற எண்ணை 7-இன் மடங்குகளால் (7, 14, 21, ... போன்றவைகளால்) பெருக்க 7-இன் எந்த மடங்கால் பெருக்குகின்றோமோ அந்த இலக்கம் ஆறுமுறை தொடுக்கப்பெற்று அழகிய எண்மாலைகள் உருவாவதைக் கண்டு மகிழலாம்.

15873	× 7	=	111, 111	(7-இன் 1-மடங்கு)
15873	× 14	=	222, 222	(7-இன் 2-மடங்கு)
15873	× 21	=	333, 333	(7-இன் 3-மடங்கு)
15873	× 28	=	444, 444	(7-இன் 4-மடங்கு)
15873	× 35	=	555, 555	(7-இன் 5-மடங்கு)
15873	× 42	=	666, 666	(7-இன் 6-மடங்கு)
15873	× 49	=	777, 777	(7-இன் 7-மடங்கு)

15873 × 56 = 888, 888 (7-இன் 8-மடங்கு)

15873 × 63 = 999, 999 (7-இன் 9-மடங்கு)

உங்கள் நண்பர்களின் பிறந்த தேதியைக் கேட்டு அது ஓரிலக்க எண்ணாக இருந்தால் அதனை 7-ஆல் பெருக்கி அந்த எண்ணால் 15873-ஐப் பெருக்கச் சொல்லுங்கள். பெருக்குத்தொகை அவர்களின் பிறந்த இலக்கத்தினால் தொடுக்கப்பெற்ற எண்மாலையாகத் தோன்றி அவர்களை இன்புறுத்தும். உங்கள் நண்பர்களின் பிறந்த தேதி ஈரிலக்க எண்ணாக இருந்தால் அதனை-எண் சோதிடத்தில் செய்வதுபோல-இலக்கங்களைக் கூட்டிஓரிலக்கஎண் ஆக்கிக்கொண்டு அதனை 7-ஆல் பெருக்கி அந்த எண்ணால் 15873-ஐப் பெருக்கச் சொல்லுங்கள். அவர்களின் பிறந்த இலக்கத்தினால் தொடுக்கப் பெற்ற எண்மாலை கண்டு இன்புற்று மகிழச் செய்யுங்கள்.

15873—என்ற எண்ணை 7-இன் 11, 12, 13, ... மடங்குகளால் (77, 84, 91, ... போன்றவைகளால்) பெருக்கினாலும் எண்மாலைகள் தோன்றும். அவைகளைத் தொடுத்து அவற்றில் அமைந்துள்ள அழகினைக் கண்டு மகிழ்க.

(எ. டு.) 15873 × 77 = 1222221

15873 × 84 = 1333332

... .

15873-என்ற எண்ணை உற்று நோக்குங்கள். நடு எண் 8-ஐ விட்டுவிட்டு முன்னுள்ள பகுதி எண் 15-யும் பின்னுள்ள பகுதி எண் 73-யும் கூட்டக் கிடைப்பது 88. (15 + 73 = 88). மேலும் 1 + 7 = 8; 5 + 3 = 8 எனவும் அமைந்துள்ள ஒழுங்கினை எண்ணிப் பார்த்து இன்புறுங்கள்.

வண்ண மலர்களால் ஆகிய மாலைகள் கண்ணுக்கு விருந்து. எண்மலர்களால் ஆகிய எண்மாலைகள் சிந்தைக்கு விருந்து.

37. என்னிடம் கூறாமல் என் எங்கும் செல்லாது!

நான் சிறுவனாக இருந்த பொழுது என் அன்னையிடம் கூறாமல் வீட்டைவிட்டு வெளியே செல்லுவதே இல்லை. பள்ளிக்குச் சென்றாலும் நண்பர்களுடன் விளையாடச் சென்றாலும் அல்லது வேறு எங்குச் சென்றாலும் "இந்த இடத்திற்கு செல்லுகிறேன்: இந்த நேரத்தில் திரும்பி வருகிறேன்" என்று கூறிச் செல்லுவது வழக்கம். இன்றும் அந்தப் பழக்கம் என்னிடம் இருக்கின்றது. அயலூரில் குடும்பம் நடத்துவதால் இப்பொழுது

வெளியே செல்லும் பொழுது என் மனைவியிடம் கூறிவிட்டுச் செல்லுகிறேன். என் அன்னை இன்றும்கூட எங்கள் உறவினரிடம் தன் பிள்ளையிடம் இருந்த அந்த நல்ல பழக்கத்தைப் பாராட்டிக் கூறும்பொழுது "என் மகன் என்னிடம் கூறாமல் எங்கும் செல்ல மாட்டான்" என்று பெருமைப் பட்டுக்கொள்வார்கள். அடக்க மான நல்ல பிள்ளைகள் அவ்வாறுதான் நடந்து கொள்வார்கள்.

பின்வரும் எண்விளையாட்டிலும் இந்தத் தன்மை மறைந் துள்ளதைக் காணலாம். என்னிடம் கூறாது எண்பிள்ளை எங்கும் செல்லாது! அது எவ்வாறு எனக் காண்போம்.

நீங்கள் பல இலக்கங்கள் கொண்ட ஓர் எண்ணை எழுதிக் கொள்ளுங்கள். (அந்த எண் 0-வில் முடியாமல் இருக்கட்டும்) எழுதிய எண்ணிலுள்ள இலக்கங்களைக் கூட்டிக் கூடுதல் காண்க. எண்ணிலிருந்து இக் கூடுதலைக் கழித்து விடுக. அப்படிக் கிடைக்கும் எண்ணில் எந்த ஓர் இலக்கத்தையும் அடித்துவிடுக. மீதமுள்ள இலக்கங்களை என்னிடம் கூறினால் நீங்கள் மறைத்து விட்ட - அடித்துவிட்ட எண்ணை நான் உடனே கூறிவிடுவேன். எண்பிள்ளை என்னிடம் கூறாமல் எங்கும் செல்லாது எனவே அதனைக் கண்டு என்னால் உடனே கூறிவிட முடியும். எப்படி?

நீங்கள் இறுதியில் கூறிய இலக்கங்களைக் கூட்டி - ஓரிலக்க எண் கிடைக்கும் வரை கூட்டி - அந்த இலக்கத்தை 9-இலிருந்து கழித்தால் கிடைப்பதுதான் நீங்கள் மறைத்துவிட்ட எண்ணாகும்.

(எ. டு. நீங்கள் எண்ணிய எண் 8347 என்போம்.
இலக்கங்களின் கூடுதல் = 22
(8 + 3 + 4 + 7)
கழிக்கக் கிடைப்பது = 8325

இந்த எண்ணிலுள்ள இலக்கங்களில் 3-ஐ மறைத்துவிட்டு மீதமுள்ள 8, 2, 5 என்ற இலக்கங்களை நீங்கள் கூறுவதாகக் கொள்வோம். இலக்கங்களை ஓரிலக்க எண் கிடைக்கும்வரை கூட்ட :

$$8 + 2 + 5 = 15 ; \quad 1 + 5 = 6$$

இந்த 6-ஐ 9-இலிருந்து கழித்தால் கிடைப்பதுதான் நீங்கள் மறைத்துவிட்ட எண் - அதாவது 9 — 6 = 3.

இறுதியில் கழிக்கக் கிடைக்கும் எண்ணில் எந்த இலக்கத்தை மறைத்துவிட்டு மீதமுள்ள இலக்கங்களைக் கூறினாலும் மறைத்து விட்ட இலக்கத்தைக் கூறிவிட முடியும். எண்பிள்ளை நல்லபிள்ளை அடக்கமான பிள்ளை ஆகையால் என்னிடம் கூறாது எங்கும்

செல்லாது! இந்த எண்விளையாட்டை உங்கள் நண்பர்களுடன் விளையாடி மகிழ்க.

சில சமயங்களில் நண்பர்கள் தருகின்ற இலக்கங்களைக் கூட்ட-ஓரிலக்கம் கிடைக்கும்வரை கூட்டக்-கிடைக்கும் இலக்கம் 9 என வரலாம். அப்பொழுது உங்கள் நண்பர்கள் மறைத்துவிட்ட எண் 0 அல்லது 9-ஆக இருக்கும்: எனவே அவ்வேளைகளில் 0 அல்லது 9 என்று அவர்களிடம் கூறுக.

மேலே கூறியுள்ள எண்விளையாட்டை வேறுவிதமாகவும் விளையாடி மகிழலாம்.

நீங்கள் பல இலக்கங்கள் கொண்ட ஓர் எண்ணை எழுதிக் கொள்ளுங்கள். (0-இல் முடியக் கூடாது) எண்ணில் அமைந்துள்ள இலக்கங்களையே மாற்றி அமைத்து வேறொரு எண் உருவாக்குங்கள் இரு எண்களுக்கும் உள்ள வித்தியாசத்தைக் காணுங்கள். வித்தியாசமாகக் கிடைக்கின்ற எண்ணில் ஏதேனும் ஓர் இலக்கத்தை மறைத்துவிட்டு, மீதமுள்ள இலக்கங்களைக் கூறுங்கள். நீங்கள் கூறுகின்ற இலக்கங்களைக் கொண்டு முன்கூறியது போலவே மறைத்துவிட்ட எண்ணைக் கண்டுபிடித்துக் கூறிவிட லாம். எப்படி?

(எ. டு.) நீங்கள் எழுதிய எண் = 7236 என்போம்.

இலக்கங்களை மாற்றி அமைத்து

உருவாக்குகிற எண் = 2673

வித்தியாசம் = 4563 எனலாம்.

வித்தியாசமாகக் கிடைக்கும் இந்த எண்ணில் நீங்கள் 5-ஐ மறைத்துவிட்டு, மீதி இலக்கங்களாகிய 4, 6, 3 ஆகியவைகளைக் கூறுவதாகக் கொள்வோம். இவைகளை ஓரிலக்க எண் கிடைக்கும் வரை கூட்டி அதனை 9-இலிருந்த கழிக்கக் கிடைக்கும் இலக்கம் நீங்கள் மறைத்துவிட்ட எண்ணாக இருக்கும்.

$$4 + 6 + 3 = 13 \;;\; 1 + 3 = 4.$$

நீங்கள் மறைத்துவிட்ட எண் $= 9 - 4 = 5$.

இந்த எண்விளையாட்டு உங்கள் நண்பர்களுடன் நீங்கள் ஆடி மகிழ ஏற்றதுதானே!

38. எண்ணித் தருக எண்களை!

கணிதம் நம் சிந்தனைக்கு விருந்தூட்டி வளப்படுத்தும் பல சிறந்த பயிற்சிகளைக் கொண்டுள்ளது. கணித ஆசிரியர்கள் தக்க தருணமறிந்து தம் மாணவர்களிடத்தில் தகுந்த பயிற்சிகளை அறிமுகப்படுத்தி அவர்களின் சிந்தனையைத் தூண்டிவிட்டு அறிவாற்றலை வளப்படுத்தலாம். பின்வரும் எண்விளையாட்டு அத்தகைய ஓர் அருமையான பயிற்சியைத் தரும் என்பது திண்ணம்.

வினைத்திட்பம் என்ற அதிகாரத்தில் வள்ளுவர், 'எண்ணியவர் (எண்ணியபடியே செயல் ஆற்றுவதில்) உறுதியுடையவராக இருக்கப்பெற்றால், அவர் எண்ணியவற்றை எண்ணியவாறே அடைவர்'' என்ற கருத்தில்

''எண்ணிய எண்ணியாங்கு எய்துப எண்ணியார்
திண்ணிய ராகப் பெறின்''

என்று கூறுவார்.

ஒருவர் தாம் எடுத்துக்கொண்ட செயலை உறுதியாகச் செய்து முடிக்கவேண்டுமானால் அவரிடம் அமைந்திருக்க வேண்டிய பண்புகளைத் தொகுத்துக் கூறுவதுபோல

''கலங்காது கண்ட வினைக்கண் துளங்காது
தூக்கங் கடிந்து செயல்''

என்பார் பொய்யில் புலவர்.

இந்த எண்விளையாட்டிலும் அத்தகைய எண்ண உறுதியும், மனங்கலங்காது ஆராய்ந்து பார்த்து சோர்வு கொள்ளாமல் காலந்தாழ்த்தாமல் ஏற்ற எண்களை எண்ணிப்பார்த்துக் கூறும் திறமையும் இருந்தால் உறுதியாக வெற்றிபெறலாம். சிறந்த இப் பண்புகளை வளர்க்கும் அந்த எண்விளையாட்டினைக் காண்போம்.

எழுதிய இலக்கங்களையே திரும்பப் பயன்படுத்தாமல் ஒன்பது இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி 11-ஆல் வகுபடக்கூடிய மிகப்பெரிய எண்ணையும், மிகச் சிறிய எண்ணையும் உருவாக்க வேண்டும் என்பதே இந்த எண்விளையாட்டு.

இந்த எண்விளையாட்டை விளையாடிப் பார்க்க முதற்கண் நமக்கு 11-ஆல் ஓர் எண் வகுபட வேண்டுமானால் அது எத்தன்மை பெற்றிருக்க வேண்டும் என்பது தெரிந்திருக்க வேண்டும்.

எண்ணின் வலதுபுறத்திலிருந்து தொடங்கி ஒற்றைப்படை இலக்கங்களின் கூடுதல் இரட்டைப்படை இலக்கங்களின் கூடுதல்

ஆகியவற்றின் வித்தியாசம் 11-இன் மடங்காகவோ 0-ஆகவோ இருக்குமானால் அந்த எண் 11-ஆல் வகுபடக் கூடியதாக இருக்கும்.

(எ. டு.) 23,658,904 என்ற எண்ணை எடுத்துக்கொள்வோம்.

ஒற்றைப்படை இலக்கங்களின் கூடுதல் :

4 + 9 + 5 + 3 = 21.

இரட்டைப்படை இலக்கங்களின் கூடுதல் :

0 + 8 + 6 + 2 = 16.

இவைகளின் வித்தியாசம் = 21 — 16 = 5.

5 என்பது 11-இன் மடங்காகவோ 0-ஆகவோ இல்லாததால் எடுத்துக்கொண்ட எண்ணும் 11-ஆல் வகுபடாது.

7,344,535 - என்ற மற்றொரு எண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம்.

இங்கு ஒற்றைப் படை இலக்கங்களின் கூடுதல் :

5 + 5 + 4 + 7 = 21

இரட்டைப்படை இலக்கங்களின் கூடுதல் :

3 + 4 + 3 = 10.

வித்தியாசம் 21 — 10 = 11.

எனவே எடுத்துக்கொண்ட எண் 11-ஆல் வகுபடும்.

எந்த எண் 11-ஆல் வகுபடும் தன்மை உடையதாக இருக்கும் என்பதைப் புரிந்துகொண்டதால் ஒன்பது இலக்கங்களால் ஓர் எண்ணை—11-ஆல் வகுபடும் தன்மை கொண்ட ஓர் எண்ணை— இப்பொழுது உருவாக்குவோம்.

(எ. டு.) 352,049,786 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம்.

6 + 7 + 4 + 2 + 3 = 22

8 + 9 + 0 + 5 = 22

22 — 22 = 0.

எனவே நாம் எடுத்துக் கொண்ட ஒன்பதிலக்க எண் 11-ஆல் வகுபடக் கூடியதாகும்.

இவ்வாறு ஒன்பது இலக்கங்களைக் கொண்டு (ஒரேயொரு முறை பயன்படுத்தி) உருவாக்கக் கூடிய 11-ஆல் வகுபடும் தன்மை கொண்ட

மிகப் பெரிய எண் : 987,652,413.

மிகச் சிறிய எண் : 102,347,586.

இந்த இரு எண்களும் 11-ஆல் வகுபடக் கூடியனவாக இருக்கின்றனவா எனச் சோதித்துக் காண்க.

39. எட்டு எட்டால் ஆயிரமா?

ஒரே மாதிரியான இலக்கங்கள் சிலவற்றைப் பயன்படுத்தி வேறு எண்களை எழுதிக்காட்டுவது என்பது எண்விளையாட்டில் ஒரு வகை. இதனை முன்பே "நாலு நாலுகள் நவிலும் இன்பம்" என்பதில் பார்த்தோம். இங்கு அம்மாதிரியான மற்றும் சில எண் விளையாட்டுக்களைக் காண்போம்.

(அ) எட்டு எட்டுகளைப் பயன்படுத்தி 1000-ஐ எழுதிக்காட்ட இயலுமா? இவ்விலக்கங்களோடு கூட்டல் குறியீடுகளையும் பயன்படுத்தலாம்.

$$888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000.$$

(ஆ) மூன்று எட்டுகளைப் பயன்படுத்தி 24-ஐ எழுதிக்காட்டுவது மிக எளிது என நீங்கள் அறிவீர்கள். ($24 = 8 + 8 + 8$). ஒரே மாதிரியான வேறு மூன்று இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி 24-ஐ எழுதிக்காட்டக் கூடுமோ? இவ்வினாவிற்கு ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட விடைகள் கூறலாம். நீங்களும் வேறு விடைகள் உண்டா என முயன்று பாருங்கள்.

மூன்று இரண்டுகளைப் பயன்படுத்தி 24-ஐ எழுதலாம். $22 + 2 = 24$.

மூன்று மூன்றுகளைப் பயன்படுத்தியும் 24-ஐ எழுதலாம். $3^3 - 3 = 24$.

(இ) மூன்று ஐந்துகளைப் பயன்படுத்தி 30-ஐ எழுதிக்காட்டுவது மிக எளிது. ($5 \times 5 + 5 = 30$) ஆனால் ஒரே மாதிரியான வேறு மூன்று இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி 30-ஐ எழுதிக்காட்டுவது உங்களால் இயலுமா என்று முயன்று பாருங்கள்.

$$6 \times 6 - 6 = 30; \quad 3^3 + 3 = 30; \quad 33 - 3 = 30.$$

என்பன ஒருசிலவாகும்.

இம்மாதிரியான எண்விளையாட்டுக்களை நீங்களே உருவாக்கியும் நண்பர்களோடு விளையாடி மகிழலாம்.

40. பெரிதினும் பெரிதுகேள்!

பாரதியார் தம்முடைய புதிய ஆத்திசூடியில் புதுமையான சிந்தனைகள் பலவற்றை நமக்குப் படைத்துத் தந்துள்ளார்.

எண்ணுவ துயர்வு. குன்றென நிமிர்ந்துநில்.

புதியன விரும்பு. பெரிதினும் பெரிதுகேள்.

என்பன அவற்றுள் சில.

"ஊக்கம் உடைமை" என்ற அதிகாரத்தில் உலகப் புகழ் கொண்ட வள்ளுவனும்,

"வெள்ளத் தனைய மலர்நீட்டம் மாந்தர்தம்
உள்ளத் தனையது உயர்வு" என்றும்

"உள்ளுவ தெல்லாம் உயர்வுள்ளல் மற்றது
தள்ளினும் தள்ளாமை நீர்த்து"

என்றும் நமக்கு எப்பொழுதும் உயர்ந்த எண்ணங்கள் வேண்டும் என்பதை வலியுறுத்திக் கூறுவார்.

நீங்கள் உங்கள் நண்பர்களிடம் நான்கு ஒன்றுகளைப் பயன் படுத்தி உருவாக்கக் கூடிய மிகப் பெரிய எண் எது என்று கேளுங்கள்.

பெரும்பாலானவர்கள் உடனே கூறுகின்ற விடை 1111 என்றே இருக்கும். அவர்களிடம் "நாலு ஒன்றுகளால் நாட்டுதும் யாமோர் மிகப்பெரிய எண்" என்று கூறி அவர்கள கூறிய 1111-என்ற எண்ணைக் காட்டிலும் பன்மடங்கு மதிப்பில் பெரிய பின்வரும் எண்ணை எழுதிக்காட்டுங்கள். உங்கள் நண்பர்கள் தங்களின் எண்ணம் அவ்வளவிற்கு உயரவில்லையே என எண்ணுவார்கள்.

நான்கு ஒன்றுகளால் உருவாக்கக் கூடிய

மிகப் பெரிய எண் $= 11^{11}$

என்று உங்கள் நண்பர்கட்கு உணர்த்துங்கள்.

$$11^{11} = 11\times11\times11\times11\times11\times11\times11\times11\times11\times11\times11.$$

என்பதையும், இதன் பெருக்குத்தொகையினைப் பொறுமையுடன் கணக்கிட்டால் (Logarithm-ஐப் பயன்படுத்தி எளிமையாக இதனைக் காணமுடியும்) கிடைக்கின்ற விடை,

280,000,000,000-ஐவிடப் பெரிதாக இருக்கும். உங்கள் நண்பர் கூறிய 1111-என்ற எண்ணைவிட 250மில்லியன் தடவைகள் மிகப் பெரியது நீங்கள் கூறிய எண் என்பதையும் அவர்கட்குக் கூறுங்கள்.

பெரிதினும் பெரிது கேளுங்கள். பெரிதே கிடைக்கும். உள்ளுவதெல்லாம் உயர்வானவைகளாகவே இருக்கட்டும். உங்கள் உயர்வும் உள்ளத்தனையதாகவே இருக்கும்.

42. ஒன்பது இலக்கங்களின் ஒற்றுமை ஓர்க!

நமது பைந்தமிழ்த் தேர்ப்பாகன் பாரதி "வந்தே மாதரம் என்போம்" என்று தொடங்கும் பாடலில்

"ஒன்று பட்டால் உண்டு வாழ்வே - நம்மில்
ஒற்றுமை நீங்கில் அனைவர்க்கும் தாழ்வே
நன்றிது தேர்ந்திடல் வேண்டும் - இந்த
ஞானம் வந்தாற்பின் நமக்கெது வேண்டும்?"

எனக் கேட்டு இந்திய மக்களாகிய நாமனைவரும் ஒற்றுமையுடன் வாழவேண்டிய இன்றியமையாமையை வலியுறுத்துவார். தனது புதிய ஆத்திசூடியிலும் இதனையே "ஒற்றுமை வலிமையாம்" என்று சிறார்கட்கும் எடுத்து மொழிவார். ஒற்றுமையின் அவசியத்தை நமக்கு உணர்த்திட பல்வேறு கதைகளும் வழங்கி வருவதை நாம் அறிவோம்.

எண்கள் சிலவும் இத்தகைய ஒற்றுமைத் தன்மைகொண்டு இலங்குவதைக் காண இன்பம் உண்டாகிறது. ஒற்றுமை குலையாத புதுமைப் போக்குடன் திகழும் குறிப்பிடத்தக்க அந்த எண்ணையும் அதன் தனித்தன்மைகளையும் காண்போம்.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 - என்ற எண்ணே - ஒன்று முதல் ஒன்பது வரை வரிசையாக எழுதுவதனால் உருவாகும் எண்ணே-இத்தகைய தனித்தன்மையினைப் பெற்றுத் திகழ்கிறது. எவ்வாறு?

இந்த எண்ணை வலமிருந்து இடமாக இலக்கங்களை மாற்றி எழுதி மற்றொரு எண்ணை உருவாக்குங்கள். இவ்வாறு உருவாக்கிய எண்ணிலிருந்து முதல் எண்ணைக் கழித்துப் பாருங்கள்.

$$\begin{array}{r} 987654321 \\ -123456789 \\ \hline 864197532 \end{array}$$

ஒன்றிலிருந்து மற்றதைக் கழித்த பின்பு உருவாகும் புதிய எண்ணிலும் அதே இலக்கங்கள் (மாறி இருப்பினும்) ஒற்றுமையுடன் குலையாநிலையில் தோன்றுவதைக் காண்க.

இதுமட்டுமல்ல 123,456,789 - என்ற எண்ணைப் 10-க்குக் குறைவாக உள்ள 3-இன் மடங்காக இல்லாத (3, 6, 9 அல்லாத) எந்த இலக்கத்தைக் கொண்டு பெருக்கினுமானாலும் கிடைக்கின்ற பெருக்குத்தொகைகள் ஒவ்வொன்றிலும் அதே ஒன்பது இலக்கங்கள் மாறிமாறி ஒற்றுமை குலையாது தோன்றுவதைக் காணலாம்.

$$123{,}456{,}789 \times 2 = 246{,}913{,}578.$$
$$\times 4 = 493{,}827{,}156.$$
$$\times 5 = 617{,}283{,}945.$$
$$\times 7 = 864{,}197{,}523.$$
$$\times 8 = 987{,}654{,}312.$$

மேலும் பின்வரும் தன்மையினையும் கண்டு மகிழுங்கள்.

$$987{,}654{,}321 - (123{,}456{,}789 \times 8)$$
$$= 987{,}654{,}321 - 987{,}654{,}312$$
$$= 9.$$

ஒன்பது இலக்கங்களிடம் இருக்கின்ற இந்த ஒற்றுமையினை ஓர்ந்து உணர்ந்து நாமும் ஒற்றுமையுடன் இருக்க முயல்வோமாக. ஒற்றுமை வலிமையாம்.

42. 99 செய்யும் மாயங்கள் காணீர்!

"கணிதம் தரும் இன்பம்" என்ற நூலில் கணித ஆசிரியர் புஷ்பநாதன் தம்முடைய மாணவர்கட்குக் கூறுகின்ற மின்னல் வேகப் பெருக்குமுறைகளைக் காணலாம். அவற்றில் ஒன்று இரண்டிலக்க எண்ணை 99-ஆல் மின்னல்வேகத்தில் எங்ஙனம் பெருக்குவது என்பதாகும். அது பின்வருமாறு :

இரண்டிலக்க எண்ணை 99-ஆல் மின்னல் வேகத்தில் பெருக்க அந்த எண்ணில் ஒன்றைக் கழித்து எழுதிக்கொண்டு அதன் வலப்புறத்தில் அந்த எண்ணுடன் எதனைக் கூட்டினால் 100 கிடைக்குமோ அந்த எண்ணை - ஈரிலக்க எண்ணாக எழுதிவிடவேண்டும். எப்படி?

17 × 99 = 1683. [17 — 1 = 16; 100 — 17 = 83]

36 × 99 = 3564. [36 — 1 = 35; 100 — 36 — 64]

99 × 99 = 9801. [99— 1 = 98; 100 — 99 = 01]

இப் பெருக்குத்தொகைகளில் அமைந்துள்ள ஒரு விந்தையான தன்மையினைக் காணுங்கள். பெருக்குத் தொகைகளை இரு பகுதிகளாகப் பகுத்தால் பகுதிகளின் கூடுதல் எப்பொழுதும் 99-ஆகவே வரும்.

(எ. டு) 1683-இல் 16+83 = 99. [மேலும் 1+8=9; 6+3=9]

3564-இல் 35+64 = 99. [3+6=9; 5+4=9]

9801-இல் 98+01 = 99. [9+0=9; 8+1=9]

இங்ஙனம் அமைந்துள்ள விந்தையான தன்மையினையும் 99 = 3 × 3 × 11 என்பதையும் அறிந்து கொண்டோமானால் 3, 9, 11-இவைகளால் வகுபடக் கூடிய நான்கிலக்க எண்களைக் கேட்டதும் கூறிவிடலாம். உதாரணமாக 7326 என்ற எண் 3, 9, 11-இவைகளால் மீதியின்றி வகுபடக் கூடியதாக இருக்கும்.

உங்கள் நண்பர்களிடம் 3, 9, 11-இவைகளால் மீதியின்றி வகுபடக்கூடிய நான்கிலக்க எண் கூறும்படி கேட்டு அவர்கள் திணறும்பொழுது நீங்கள் அவர்கள் "போதும் போதும்" என்று கூறுமளவுக்கு எண்களைக் கூறலாம்.

43. 999-உடன் விளையாடலாம் வாரீர்!

மூன்றிலக்க எண்ணை 999-ஆல் நொடிக்குள் பெருக்கி விடையினை விரைவில் கூறிவிட முடியும். (இம் மின்னல் வேகப் பெருக்கு முறையினைப் பற்றியும் "கணிதம் தரும் இன்பம்" என்ற நூலில் காணலாம்) அம்முறை பின்வருமாறு :

ஒரு மூன்றிலக்க எண்ணை 999-ஆல் பெருக்க வேண்டுமானால் அந்த எண்ணில் 1-ஐக் குறைத்து எழுதிக்கொண்டு அதன் வலப் பக்கத்தில் எண்ணுடன் எதைக் கூட்டினால் 1000 கிடைக்குமோ அதனை மூன்றிலக்க எண்ணாக எழுதிவிட வேண்டும், அவ்வளவே.

(எ. டு.) 375 × 999 = 374,625. [375 — 1 = 374; 1000 — 375 = 625]

783 × 999 = 782,217. [783 — 1 = 782; 1000 — 783 = 217]

$964 \times 999 = 963{,}036.$ [$964 - 1 = 963$; $1000 - 964 = 036$]

இப் பெருக்குத் தொகைகளில் அமைந்துள்ள ஒரு விந்தையான தன்மையினையும் நாம் காண்போம். பெருக்குத் தொகைகளை இரு பகுதிகளாகப் பிரித்தோமானல் இரு பகுதிகளின் கூடுதல் எப்பொழுதும் 999-ஆகவே இருக்கும்

(எ. டு.) 374,625-இல் $374 + 625 = 999.$

782,217-இல் $782 + 217 = 999.$

963,036-இல் $963 + 036 = 999.$

மேலும் ஒரு பகுதியில் உள்ள இலக்கங்களை மற்றொரு பகுதியில் உள்ள இலக்கங்களுடன் முறையே வரிசையாகக் கூட்ட எப்பொழுதும் 9-எனவே கிடைக்கும்.

374,625-இல் $3+6 = 9$; $7+2 = 9$; $4+5 = 9.$

இவ்வாறே பிற பெருக்குத் தொகைகளிலும் அமைந்துள்ள அழகினைக் கண்டு மகிழுங்கள்.

$$999 = 9 \times 111 = 3 \times 3 \times 3 \times 37.$$

999-இன் இந்தத் தன்மையை நன்கு அறிந்து கொண்டோமானல் நம் நண்பர்களுடன் ஓர் எண்விளையாட்டு ஆடி மகிழலாம்.

உங்கள் நண்பர்களில் ஒருவரிடம் ஏதேனும் ஒரு மூன்றிலக்க எண்ணை இரகசியமாக எழுதச் சொல்லுங்கள். அதனை 999 இலிருந்து கழித்து, கிடைக்கும் எண்ணை முன் எழுதிய மூன்றிலக்க எண்ணின் வலப்புறத்தில் இணைத்து ஆறிலக்க எண்ணாக எழுதச் சொல்லுங்கள். (கழித்துக் கிடைக்கும் எண்ணை எப்பொழுதும் மூன்றிலக்க எண்ணாகவே எழுதவேண்டும். உதாரணமாக எடுத்துக் கொண்ட எண் 962 எனில் கழித்துக் கிடைக்கும் எண்ணை 037 என வலப்புறம் எழுதவேண்டும்) பின்பு முதல் நண்பர் எழுதியுள்ள ஆறிலக்க எண்ணை மற்றொரு நண்பரிடம் கொடுத்து 27-ஆல் வகுக்கச் சொல்லுங்கள். இரண்டாவது நண்பர் விடையினை வாங்கி மூன்றாவது நண்பரிடம் கொடுத்து 37-ஆல் வகுக்கச் சொல்லுங்கள். அவ்வெண் 37-ஆல் மீதியின்றி வகுபடும் என்று உறுதியாகக் கூறலாம். மூன்றாவது நண்பர் வகுத்துத்தரும் விடையிலிருந்து 1-ஐக்கழிக்கச் செய்து நீங்கள் பார்க்காமலேயே வாங்கி முதல் நண்பரிடம் கொடுத்து அவர் முதலில் எழுதிய மூன்றிலக்க எண் அதுவே எனக் கூறலாம். 999-இன் இந்த விந்தையான தன்மையை அறியாதவர்கள் வியப்புடன் மகிழ்ச்சி அடைவார்கள்.

(எ. டு.) முதல் நண்பர் எழுதிய மூன்றிலக்க எண் 674 என்க.

999 — 674 = 325. இதனை 674-இன் வலப்புறத்தில் எழுதக் கிடைக்கும் எண் = 674325.

இரண்டாம் நண்பர் இதனை 27-ஆல் வகுக்கக் கிடைப்பது:

674325 ÷ 27 = 24975.

மூன்றும் நண்பர் இதனை 37-ஆல் வகுக்கக் கிடைப்பது:

24975 ÷ 37 = 675. எனவே முதல் நண்பர்

எழுதிய மூன்றிலக்க எண் = 675—1=674

இந்த எண் விளையாட்டு நண்பர்களை மகிழ்ச்சி அடையச் செய்யும் என்பது உறுதி.

உங்கள் நண்பர்களிடம் 27, 37 ஆகிய எண்களால் மீதியின்றி வகுபடக்கூடிய ஆறிலக்க எண்ணைக் கூறமுடியுமா என்று கேட்டு அவர்கள் இயலாமல் விழிக்கையில் நீங்கள் நொடிக்கும் நேரத்தில் பல எண்களைக் கூறி அவர்களைப் பரவசப் படுத்தலாம்.

44. எண் பிரமிடுகள் எழும்புதல் காணீர்!

பழமையான உலக அதிசயங்கள் ஏழு என்பதை யாவரும் அறிவீர்கள். ஆனால் அந்த உலக அதிசயங்கள் ஏழு எவை என்பது பலருக்குத் தெரியாது. 1. அலெக்சாந்திரியா கலங்கரை விளக்கம்; 2. மாசோலஸ் கல்லறை; 3. பிரமிடுகள்; 4. டயானு கோவில்; 5. ரோட்ஸ் பேருருவச் சிலை; 6. பாபிலோன் தொங்கு தோட்டங்கள்; 7. ஜுப்பிட்டர் சிலை ஆகியவையே அவ்வேழு உலக அதிசயங்கள் ஆகும்.

இவ்வேழு உலக அதிசயங்கள் அனைத்தையும் தெரியாவிட்டாலும் உலக அதிசயங்கள் ஏழினுள் பிரமிடுகள் ஒன்று என்பது பெரும்பாலோர்க்குத் தெரியும். இப் பிரமிடுகள் ஏழு அதிசயங்களில் மிகப் பழமையானவையாக இருந்தும், மற்றவை அழிந்துவிட்ட போதிலும், இவை எகிப்து நாட்டில் இன்றும் இருக்கின்றன. சுமார் 4500 ஆண்டுகட்கு முன்னர் எகிப்து மன்னர்களுக்குக் கட்டிய கல்லறைகளே இந்தப் பிரமிடுகள். பிரமிப்பூட்டும் இப் பிரமிடுகள் காலத்தை வென்று அழியாமல் இன்றும் நிற்கின்றன.

வியப்பூட்டுகின்ற அந்த எகிப்திய பிரமிடுகளைப் போல நாம் விந்தைமிகு எண் பிரமிடுகளை உருவாக்குவோம் வாருங்கள்.

இலக்கங்களால் உருவாகும் இந்த விந்தைமிகு எண்பிரமிடுகள் எங்ஙனம் எழுப்பப்படுகின்றன என்பதை எளிதாக அறியலாம். விளக்கம் ஏதும் தேவைப்படாமல் தானே விளங்கிக் கொள்ளக் கூடிய வகையில் அமைந்துள்ள அழகினைக் காணுங்கள்.

$$0 \times 9 + 1 = 1$$
$$1 \times 9 + 2 = 11$$
$$12 \times 9 + 3 = 111$$
$$123 \times 9 + 4 = 1111$$
$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$
$$12345 \times 9 + 6 = 111111$$
$$123456 \times 9 + 7 = 1111111$$
$$1234567 \times 9 + 8 = 11111111$$
$$12345678 \times 9 + 9 = 111111111$$

மற்றுமொரு எண்பிரமிடு எழும்புதல் காணீர்!

$$1 \times 8 + 1 = 9$$
$$12 \times 8 + 2 = 98$$
$$123 \times 8 + 3 = 987$$
$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$
$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$
$$123456 \times 8 + 6 = 987654$$
$$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$$
$$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$$
$$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$$

இன்னுமொரு எண் பிரமிடு எழும்புதல் கண்டு இன்பமடையுங்கள்.

$$9 \times 9 + 7 = 88$$
$$98 \times 9 + 6 = 888$$
$$987 \times 9 + 5 = 8888$$
$$9876 \times 9 + 4 = 88888$$
$$98765 \times 9 + 3 = 888888$$
$$987654 \times 9 + 2 = 8888888$$
$$9876543 \times 9 + 1 = 88888888$$

எகிப்தில் உள்ள பிரமிடுகள் எந்திரங்களின் உதவியின்றி அக் காலத்து மக்களால் கட்டப்பட்டுள்ளன என்று அறியும்பொழுது வியப்படைகிறோம். அங்குள்ள மிகப் பெரிய பிரமிடு கட்ட சுமார் ஒரு இலட்சம் மக்கள் 20 ஆண்டுக் காலம் உழைத்தனர் என்று ஹிராடட்டஸ் என்னும் கிரேக்க வரலாற்றாசிரியர் குறித்துள்ளார்.

ஆனால் மேலே நாம் காட்டியுள்ள எண்பிரமிடுகளை மிக எளிதாக எழுப்பிவிடலாம். எண் பிரமிடுகள் எளிதாக எழுப்பக் கூடியவையாக இருப்பினும் அவை நம்மை வியப்பில் ஆழ்த்தி மகிழ்விக்கின்றன அல்லவா?

45. பன்மையில் ஒருமை!

பாரதியார் தம்முடைய புதிய ஆத்திசூடி என்ற நூலுக்குக் காப்புச் செய்யுளாகப் பரம்பொருள் வாழ்த்து ஒன்று பாடியுள்ளார்.

ஆத்தி சூடி இளம்பிறை யணிந்து
மோனத் திருக்கு முழுவெண் மேனியான்;
கருநிறங் கொண்டுபாற் கடல்மிசைக் கிடப்போன்;
மகமது நபிக்கு மறையருள் புரிந்தோன்;
ஏசுவின் தந்தை; எனப்பல மதத்தினர்
உருவகத் தாலே உணர்ந்துண ராது
பலவகையாகப் பரவிடும் பரம்பொருள்
ஒன்றே; அதனியல் ஒளியுறும் அறிவாம்;
அதனிலை கண்டார் அல்லலை அகற்றினர்;
அதனருள் வாழ்த்தி அமரவாழ்வு எய்துவோம்.

பற்பல மதத்தினரும் பலவகையாகப் பரவிடும் பரம்பொருள் ஒன்றே என்பதை மிக அழகாக எடுத்துக் கூறுகிறார் பாரதியார் இக் கருத்தினையே இராமகிருஷ்ண பரமஹம்சரும் "பற்பல இடங்களில் தோன்றும் ஆறுகள் எல்லாம் ஓடி இறுதியில் கடலில் கலக்கின்றன. அதைப்போல் மதங்கள் பலவேறாக இருந்தாலும், அவை எல்லாம் முடிவில் சென்று கடவுளையே அடைகின்றன" என்று கூறுவார்.

பன்மையில் ஒருமை காணும் இப் பண்பினை எண்களின் மூலமாகவும் நாம் கண்டுணரக் கூடும்.

பின்வரும் எண்விளையாட்டில் இதனைக் கண்டு மகிழுங்கள்.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 - என்ற பத்து இலக்கங்களையும் பயன்படுத்தி அவை ஒன்றைக் குறிக்கும்படி அதாவது 1 என்ற

எண்ணைக் குறிக்கும்படி எழுதிக்காட்டவேண்டும். பத்து இலக்கங்களும் சேர்ந்து ஒன்றையே சுட்டுகின்ற விந்தை கண்டு மகிழுங்கள்.

$$\frac{148}{296} + \frac{35}{70} = 1.$$

இயற்கணிதம் (Algebra) அறிந்தோர் இந்த உண்மையினையே பின்வருமாறும் எழுதிக்காட்டுவார்கள்.

$$123456789^{0} = 1.$$

இங்கு எந்த எண்ணையும் 0-வின் அடுக்குக்கு உயர்த்தினால் கிடைப்பது 1 என்ற கணித தத்துவம் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இதனையே மற்றொரு விதமாகவும் எழுதலாம்.

$$234567^{9-8-1} = 1.$$

பலவகையாகப் பலப்பல மதத்தினர் பரவிடும் பரம்பொருள் ஒன்றே என்பதைப் பத்து இலக்கங்களும் வேறொரு வகையில் உணர்த்துகின்றன அல்லவா?

46. எண்திறம் உணர்ந்தால் உன்திறம் உயரும்!

இருபதாம் நூற்றாண்டின் இணையற்ற கணித மேதையாக வாழ்ந்த இராமானுஜன் எண்களின் தன்மைகளை மிகச் சிறப்பாக அறிந்திருந்தார். எண்கள் எல்லாம் அவரின் மிக நெருக்கமான நண்பர்கள் எனலாம். எண்களிடத்தில் அவருக்கு இருந்த அறிவாற்றலைச் சுட்டிக்காட்ட ஒரு நிகழ்ச்சியைக் கூறுவார்கள்.

ஹார்டி என்ற கணிதப் பேராசிரியரின் அழைப்பின் பேரில் இங்கிலாந்து சென்று கணித ஆராய்ச்சி நடத்திய இராமானுஜன் உடல்நலம் குன்றி நோய்வாய்ப்பட்டு மருத்துமனையில் இருந்தார். அவரைக் காண ஹார்டி ஒரு வாடகைக் காரில் மருத்துமனைக்குச் சென்றார். வாடகைக் காரின் எண் 1729 என்று இருந்தது. மருத்துவமனையில் இராமானுஜத்திடம் பேசிக்கொண்டிருந்த ஹார்டி வாடகைக்காரின் எண்ணைக் குறிப்பிட்டு அது ஒரு கவர்ச்சியும் இல்லாத எண் என்று குறிப்பிட்டார். இராமானுஜன் உடனே அது மிகவும் கவர்ச்சியான எண் என்றும் இரு கனங்களின் கூடுதலாக இருவேறு விதங்களில் எழுதக் கூடிய எண்களில் மிகச் சிறிய எண் இதுவே என்றும் கூறித் தம்முடைய எண்ணாற்றலைப்

புலப்படுத்தினார். அதனைக்கேட்ட ஹார்டியும் இராமானுஜத்தின் கணிதப் புலமையைக் கண்டு களிப்படைந்தார்.

$$1729 = 12^{3} + 1^{5}$$
$$= (12 \times 12 \times 12) + (1 \times 1 \times 1)$$
$$= 1728 + 1 = 1729.$$
$$1729 = 10^{3} + 9^{3}$$
$$= (10 \times 10 \times 10) + (9 \times 9 \times 9)$$
$$= 1000 + 729 = 1729.$$

கணித மேதை இராமானுஜத்திற்கு இருந்த எண்ணாற்றலை நாம் பெறமுடியாவிட்டாலும் எண்களின் இயல்புகளை - திறன்களை -நாம் அறிந்துகொள்ள முயலுவதில் தவறில்லை அல்லவா? எண் திறம் உணர்ந்தால் உன்திறமும் உயரும்!

பின்வரும் எண்விளையாட்டுக்களின் மூலம் எண்திறம் உணர்ந்து உங்கள் திறத்தையும் உயர்த்திக் கொள்ளுங்கள்.

(அ) மூன்று ஐந்துகளைப் பயன்படுத்தி 1-ஐ எழுதுக.

விடை : $5^{5-5} = 1.$

(ஆ) மூன்று ஐந்துகளைப் பயன்படுத்தி 0-ஐ எழுதுக.

விடை : $(5 - 5)\,5 = 0; \quad \frac{5 - 5}{5} = 0.$

(இ) மூன்று ஐந்துகளைப் பயன்படுத்தி 2-ஐ எழுதுக.

விடை : $\frac{5 + 5}{5} = 2.$

(ஈ) ஐந்து மூன்றுகளைப் பயன்படுத்தி 31-ஐ எழுதுக.

விடை : $3^{3} + 3 + \frac{3}{3} = 31; \quad 33 - 3 + \frac{3}{3} = 31.$

(உ) ஐந்து மூன்றுகளைப் பயன்படுத்தி 100-ஐ எழுதுக.

விடை : $(33 \times 3) + \frac{3}{3} = 100$

(ஊ) ஐந்து மூன்றுகளைப் பயன்படுத்தி 10-ஐ எழுதுக.

விடை : $\frac{(3 \times 3 \times 3) + 3}{3} = 10; \quad \frac{3}{3} + \frac{3^{3}}{3} = 10.$

(எ) 1 முதல் 9 வரையுள்ள ஒன்பது இலக்கங்களையும் ஒரே முறை பயன்படுத்தி 100-ஐ எழுதுக.

விடை : $123 - 45 - 67 + 89 = 100.$

(ஏ) இரண்டு இலக்கங்களைக் கொண்டு எழுதக்கூடிய மிகச் சிறிய எண் எது?

பெரும்பாலோர் இரு இலக்கங்களைக் கொண்டு எழுதக்கூடிய மிகச் சிறிய எண் 10 என்றே கூறுவார்கள்.

ஆனால் இரு இலக்கங்களைக் கொண்டு எழுதக்கூடிய மிகச் சிறிய எண் 1 என்பதைப் பின்வருமாறு காட்டலாம்.

$$\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{5} = \ldots = \frac{9}{9} = 1.$$

மற்றொரு முறையில் எழுதினால்

$$1^0 = 2^0 = 3^0 = \ldots = 9^0 = 1$$

என்றும் காட்டலாம்.

இவ்வாறு எண்திறம் உணர்ந்து கொண்டு உன்திறம் உயர்த்துக.

47. ஒன்பதின் ஒப்பிலாப் பெருமை! ஐந்து ஒன்பதுகள் பத்தாகுமா?

கணிதத்தின் கண்களாக எண்களைக் கூறலாம். அவற்றில் ஏற்றமிகு சிறப்புடன் விளங்குவது ஒன்பது என்ற எண்ணே ஆகும். ஒன்பதினை எண்களில் அரசன் போன்றது எனக் கூறலாம். ஒன்பதின் ஒப்பிலாப் பெருமையினை - ஆற்றலினை - ஓய்வின்றி உரைத்துக் கொண்டே இருக்கலாம்.

ஓர் எடுத்துக்காட்டுக் காண்போம். ஒன்பதாம் வாய்பாட்டைச் சற்று உற்று நோக்குங்கள்!

9×1	=	09 →	9×10	=	← 90
9×2	=	18	9×9	=	81
9×3	=	27	9×8	=	72
9×4	=	36	9×7	=	63
9×5	=	45	9×6	=	54

9 × 6 = 54		9 × 5 = 45	
9 × 7 = 63		9 × 4 = 36	
9 × 8 = 72		9 × 3 = 27	
9 × 9 = 81		9 × 2 = 18	
9 × 10 = 90		9 × 1 = 09	

ஒன்பதாம் வாய்ப்பாட்டைப் பாதியாக்கிப் பார்த்தாலும் அதன் ஒப்பிலாத் தன்மை ஒரணுவும் குறையாது!

9 × 10 = 90 ↓	9 × 1 = ↓09
9 × 9 = 81	9 × 2 = 18
9 × 8 = 72	9 × 3 = 27
9 × 7 = 63	6 × 4 = 36
9 × 6 = 54	9 × 5 = 45
↑	↑

பாதியாக்கிய பகுதிகளில்கூட பெருக்குத்தொகைகள் வலம் இடமாக மாறி நிற்கின்ற அழகைக் கண்டு இன்புறுங்கள். 0 முதல் 9 வரையுள்ள பத்து இலக்கங்களும் சுழன்றுவரும் அழகினைக் கண்டு ஆனந்தியுங்கள். பெருக்குத் தொகைகளின் இலக்கங்களைக் கூட்டினால் அவை எப்பொழுதும் ஒன்பதாகவே இருக்கும் என்பதையும் உணர்ந்து மகிழுங்கள். (0 + 9 = 9 ; 1 + 8 = 9 ; 2+7 = 9 ; 3 + 6 = 9; 4 + 5 = 9) ஒன்பதால் எந்தவொரு எண்ணைப் பெருக்கினாலும் பெருக்குத்தொகையிலுள்ள இலக்கங்களின் கூடுதல் ஒன்பதாகவே இருக்கும்.

437826 × 9 = 3940434.

3+9+4+0+4+3+4 = 27 ; 2+7 = 9.

ஒன்பதின் ஒப்பிலாப் பெருமையினை இவ்வளவில் நிறுத்திக் கொண்டு ஓர் எண்விளையாட்டைப் பார்ப்போம்.

ஐந்து 9-களைப் பயன்படுத்தி பத்து என்ற எண்ணை எழுதிக் காட்ட வேண்டும். குறைந்தது இரண்டு வழிகளில் எழுத வேண்டும். முயன்று பாருங்கள்.

சாதாரண செய்முறைக் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தினோமானால் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$9\frac{99}{99} = 10\ ; \quad \frac{99}{9} - \frac{9}{9} = 10.$$

இயற்கணித (Algebra) அறிவுடன் இதனை அணுகினோமானால் இன்னும் சில விடைகள் கூறலாம். உதாரணமாக

$$\left(9\frac{9}{9}\right)^{9/9} = 10\ ; \quad 9 + 99^{9-9} = 10.$$

ஒன்பதின் ஒப்பிலாப் பெருமையினை உங்கள் நண்பர்கட்கும் கூறி மகிழச் செய்யுங்கள்.

48. என் இன்பம் எண் இன்பமே!

''கண்ணுடையர் என்பவர் கற்றோர் முகத்திரண்டு
புண்ணுடையர் கல்லா தவர்.''

என்று கல்லாதவர் முகத்தில் இருப்பவை இரண்டு புண்கள் என்றும் கற்றோர் முகத்தில் இருப்பவையே கண்கள் என்றும் வேறுபடுத்திக் காட்டும் வள்ளுவப் பெருந்தகை,

''எண்ணென்ப ஏனை எழுத்தென்ப இவ்விரண்டும்
கண்ணென்ப வாழும் உயிர்க்கு''

என்ற குறட்பாவில் வாழும் மக்களுக்குக் கண்கள் என்று சொல்லப் படுவன எண்கலையும் எழுத்துக்கலையும் ஆகும் என்று உணர்த்துவார். எண்கலையாகிய கணிதத்தின் இன்றியமையாத் தன்மையினை உணர்த்த அதனை முன்னர்க் கூறுவார். ''எண்ணும் எழுத்தும் கண்ணெனத் தகும்'', ''எண்ணெழுத்து இகழேல்'' என்று பிறரும் கூறுவதைக் காணலாம். அத்தகைய சிறப்பு வாய்ந்த கணிதத்திற்குக் கண்களென விளங்குவன எண்களே!

இந்த எண்கள் உணர்த்துகின்ற விந்தைமிகு - வியக்கத்தகு - செய்திகள்தான் எத்தனை எத்தனை! கவிஞர்கள் தம் கற்பனைத் திறனால் பல்வேறு சொல்லோவியம் தீட்டி நம்மை மகிழ்விப்பார்கள். கணிதப் பேரறிஞர்கள் தம் மதிநுட்பத்தால் கண்டுணர்ந்து காட்டுகின்ற எண்ணோவியங்களும் நம் சிந்தைக்கு விருந்தூட்டி நம்மைக் களிப்புக் கடலில் திளைக்கச் செய்கின்றன. எண்ணில் இன்பத்தைக் கண்டவர்கள் எம் இன்பம் எண் இன்பமே என்று அறுதியிட்டு உறுதியாகக் கூறுவார்கள்.

சிந்தனைக்கு விருந்து படைத்து நம்மைக் களிப்படையச் செய்யும் அத்தகைய எண்ணோவியம் ஒன்றினைக் காண்போம்.

பின்வரும் நான்கு எண்களில் அமைந்துள்ள ஓவச் செய்தியினை ஓர்ந்து இன்புறுக. நான்கு எண்களும் அவற்றில் அமைந்துள்ள இலக்கங்களின் கனங்களின் கூடுதலாக அமைந்துள்ள அழகினைக் காணுங்கள்.

$$
\begin{aligned}
153 &= 1^3 + 5^3 + 3^3 \\
&= (1\times 1\times 1) + (5\times 5\times 5) + (3\times 3\times 3) \\
&= 1 + 125 + 27 = 153. \\
370 &= 3^3 + 7^3 + 0^3 \\
&= (3\times 3\times 3) + (7\times 7\times 7) + (0\times 0\times 0) \\
&= 27 + 343 + 0 = 370. \\
371 &= 3^3 + 7^3 + 1^3 \\
&= (3\times 3\quad 3) + (7\times 7\times 7) + (1\times 1\times 1) \\
&= 27 + 343 + 1 = 371. \\
407 &= 4^3 + 0^3 + 7^3 \\
&= (4\times 4\times 4) + (0\times 0\times 0) + (7\times 7\times 7) \\
&= 64 + 0 + 343 = 407.
\end{aligned}
$$

மேலும் சில எண்ணோவியங்களைக் கண்டு மகிழுங்கள்.

(அ) $3^4 + 4^4 + 5^4 = 5^2 + 19^2 + 24^2.$

$3^8 + 4^8 + 5^8 = 5^4 + 19^4 + 24^4.$

(ஆ) $7^2 + 34^2 + 41^2 = 14^2 + 29^2 + 43^2.$

$7^4 + 34^4 + 41^4 = 14^4 + 29^4 + 43^4.$

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகள் மிகமிக அசாதாரண மானவை. இத்தகைய தன்மை கொண்ட மூன்று எண்களைக் காண்பது என்பது மிகக் கடினமான ஒன்றாகும்.

$a^n + b^n + c^n = d^{\frac{n}{2}} + e^{\frac{n}{2}} + f^{\frac{n}{2}}$ என்றும்

$a^{2n} + b^{2n} + c^{2n} = d^n + e^n + f^n$ என்றும்

அமைந்துள்ள தன்மையினை உடைய a, b, c என்ற மூன்று எண் களைக் காண்பது என்பது மிகவும் அரிதாகும். அ-பிரிவில் அத் தகைய மூன்று எண்களாக 3, 4, 5 என்ற எண்கள் அமைந் துள்ளதைக் காணலாம். ஆ-பிரிவில் மற்றொருவகைத் தன்மை கொண்ட மூன்று எண்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சமன்பாடுகள் சரியாக உள்ளனவா என்று கணக்கிட்டுச் சரிபாருங்கள்.

இத்தகைய எண்ணோவியங்களைக் கண்டு இன்புறுங்கள். நண்பர்களிடமும் இவைகளைக் காட்டி இன்புறுத்துங்கள். என் இன்பம் எண் இன்பமே!

49. மாறி நிற்பினும் பண்பில் மாறாத எண்கள்!

"பெருமை" என்ற அதிகாரத்தில் பொய்யில் புலவர்

"மேலிருந்தும் மேலல்லார் மேலல்லர் கீழிருந்தும்
கீழல்லார் கீழல் லவர்"

என்று உணர்த்துவார். மேல்நிலையில் இருந்தாலும் மேன்மைப் பண்பு இல்லாதவர் மேலானவர் அல்லர்; கீழ்நிலையில் இருந்தாலும் இழிகுணம் இல்லாதவர் கீழ்மக்கள் அல்லர். மக்களிடம் உள்ள மாறாத நற்பண்பே அவர்களின் நிலையினைச் சுட்டும் அளவு கோலாகும். மக்களுக்குரிய பண்புகள் அமையப்பெறாதவர் அரம் போன்ற கூர்மையான அறிவு படைத்தவராயினும் ஓரறிவு படைத்த மரத்திற்குச் சமமானவரே என்று மற்றோரிடத்திலும் மக்களுக்கு இருக்கவேண்டிய பண்புகளின் இன்றியமையாமையை வலியுறுத்துவார். மக்கள் தம் உயர்வுக்கு உரிய நிலையிலிருந்து பண்பில் தாழ்ந்தபோது, தலையிலிருந்து விழுந்து தாழ்வுற்ற மயிரினைப் போன்றவர் ஆவர் என்பதைத்

"தலையின் இழிந்த மயிரனையர் மாந்தர்
நிலையின் இழிந்தக் கடை"

என்ற குறட்பா மூலம் எளிமையான உவமை காட்டி வலிமையாக எடுத்துக் கூறுவார் வள்ளுவப் பெருந்தகை.

எண்கள் சிலவற்றில் இத்தகையதொரு சிறப்பான பண்பினைக் காணும்பொழுது நாம் வியந்து பாராட்டி மகிழவேண்டியுள்ளது. பின்வரும் எடுத்துக் காட்டுகளில் மாறி நிற்பினும் பண்பில் மாறாத எண்கள் சிலவற்றைக் காண்போம்.

1, 3, 6, 8, 4 என்ற ஐந்து இலக்கங்கள் மாறிமாறி இணைந்து நின்று ஐந்து வர்க்க எண்களை உருவாக்குகின்றன. இலக்கங்கள் மாறி நிற்பினும் அவை இணைந்து உருவாகும் அடிப்படைப் பண்பாகிய வர்க்கம் எனும் பண்பு மாறாமல் இருப்பதைக் கண்டு இன்பம் எய்தலாம்.

$16384 = 128^2$; $31684 = 178^2$

$36481 = 191^2$; $38416 = 196^2$

$43681 = 209^2$

இவ்வாறே 1, 6, 7, 8, 9 என்ற ஐந்து இலக்கங்கள் மாறிமாறி இணைந்து நின்று நான்கு வர்க்க எண்களை உருவாக்கி பண்பில் மாறுமல் இருப்பதைக் கண்டு பாராட்டி மகிழுங்கள்.

$17689 = 133^2$; $18769 = 137^2$

$78961 = 281^2$; $81796 = 286^2$

இங்ஙனமே 1, 2, 3, 6, 7 என்ற ஐந்து இலக்கங்கள் மாறிமாறி இணைந்து நின்று மூன்று வர்க்க எண்களை உருவாக்கி பண்பில் மாறுமல் நின்று நம்மை மகிழ்விக்கின்றன அல்லவா?

$23716 = 154^2$; $32761 = 181^2$

$72361 = 269^2$

பின்வரும் இரட்டை எண்களில் இத்தகைய பண்பில் மாறுத் தன்மை அமைந்துள்ள அழகினை உணர்ந்து மகிழுங்கள்.

$12769 = 113^2$; $96721 = 311^2$.

$50176 = 224^2$; $51076 = 226^2$.

$20736 = 144^2$; $30276 = 174^2$.

$23104 = 152^2$; $32041 = 179^2$.

$23409 = 153^2$; $39204 = 198^2$.

$29584 = 172^2$; $54289 = 233^2$.

$34596 = 186^2$; $45369 = 213^2$.

$41209 = 203^2$; $91204 = 302^2$.

$51984 = 228^2$; $95481 = 309^2$.

$74529 = 273^2$; $79524 = 282^2$.

எண்கள் உணர்த்துகின்ற இந்த அரிய பண்பினை - நிலைமாறி நிற்பினும் பண்பில் மாறுத தன்மையினைக் - கண்டு நாமும் எந்நிலை எய்தினும் மக்கட்பண்பில் மாறுத நிலையினை உடையவர்களாக விளங்கவேண்டாமா? "தன்மை இழவேல்", "தாழ்ந்து நடவேல்" என்பன பாரதியின் புதிய ஆத்திசூடி.

நிலைமாறி நிற்பினும் பண்பில் மாறுத எண்களை நண்பர்களிடம் எடுத்துக் கூறி அவர்களையும் மகிழ்வித்து நீங்களும் மகிழலாம் தானே!

50. மந்திரச் சதுரம் காட்டும் விந்தைகள் காணீரோ!

"மந்திரம் வலிமை" என்று புதிய ஆத்திசூடியில் கூறிய பாட்டுக்கொரு புலவன் பாரதி, "மந்திரம்போல் வேண்டுமடா சொல்லின்பம்" என்று வேறொரு இடத்தில் கூறுவான். வலிமை மிகுந்த - ஆற்றல் வாய்ந்த - சொற்கள் கவிதையிலே ஆளப்படு கின்ற பொழுது அச்சொற்களால் பெறுகின்ற பொருள்களின் சிறப்பால் நாம் அடையும் அறிவு பூர்வமான இன்பம் இருக் கின்றதே அதுவே பாரதி வேண்டிநின்ற சொல்லின்பம்.

சொற்களில் மந்திர வலிமையை ஏற்றுவது போன்றே எண் களிலும் மந்திர வலிமையினை ஏற்றி எண்ணின்பம் காணலாம். பாரதியைப் போல "மந்திரம் போல வேண்டுமடா எண்ணின்பம்" என்று பாடத்தோன்றுகிறது நமக்கு.

சதுரக் கட்டங்களில் எண்களை நிறுத்தி அவைகளை மேலிருந்து கீழாகவோ, இடமிருந்து வலமாகவோ, குறுக்குவிட்டமாகவோ எப்படிக் கூட்டினாலும் ஒரே மாதிரியான கூடுதல் கிடைக்கும்படி செய்தோமானால் அவைகள் மந்திரச்சதுரங்களாக(Magic Squares) மாறி நம்மை எண்ணின்பத்தில் ஆழ்த்துகின்றன. மந்திரச் சதுரங் களில் நாம் காணலாம் மட்டிலா இன்பம்.

அத்தகைய மந்திரச் சதுரத்தில் அமைந்துள்ள மந்திர எண்கள் உணர்த்தும் மகிமை மிகு மெய்ம்மைகளை ஒரு மந்திரச் சதுரத்தின் துணைகொண்டு காண்போம். பின்வரும் சிறப்பான தொரு மந்திரச் சதுரத்தில் விந்தையான பல உண்மைகள் அடங்கி யுள்ள தன்மையினைக் கண்டு இன்களிமகிழ்நகை எய்தலாம் வாரீர்!

பின்வரும் மந்திரச் சதுரம் Pandiagonal Magic Square என அழைக்கப்படும்.

12	13	1	8
6	3	15	10
7	2	14	11
9	16	4	5

எந்த ஒரு மந்திரச் சதுரத்திலும் மேலிருந்து கீழாகப் பத்தி களிலோ, இடமிருந்து வலமாக வரிசைகளிலோ, குறுக்காக விட்டங்களிலோ எப்படிக் கூட்டினாலும் ஒரே மாதிரியான கூடுதல் கிடைக்கும். இந்த மந்திரச் சதுரத்திலும் எப்படிக் கூட்டினாலும் 34 என்ற எரே மாதிரியான கூடுதல் கிடைப்பதைக் காணலாம்.

$12 + 13 + 1 + 8 = 34$; $6 + 3 + 15 + 10 = 34$

$7 + 2 + 14 + 11 = 34$; $9 + 16 + 4 + 5 = 34$

$12 + 6 + 7 + 9 = 34$; $13 + 3 + 2 + 16 = 34$

$1 + 15 + 14 + 4 = 34$; $8 + 10 + 11 + 5 = 34$

$12 + 3 + 14 + 5 = 34$; $9 + 2 + 15 + 8 = 34$

இந்த மந்திரச் சதுரம் மேலும் சில சிறப்பான பண்புகளைக் கொண்டு விளங்குகின்றது. அச் சிறப்பான பண்புகளைக் கீழே காண்போம்.

1 இந்த மந்திரச் சதுரத்தினை நான்கு எண்கள் அடங்கிய சிறு சதுரங்களாகப் பகுத்தோமானால் அப்படிப் பகுக்கப்பட்ட நான்கு மூலைகளிலுமுள்ள எந்தச் சிறு சதுரத்திலும் அடங்கியுள்ள நான்கு எண்களின் கூடுதல் ஒரே மாதிரியாக 34 என்றே வரும். நடுவில் உள்ள சதுரத்தில் அமைந்துள்ள நான்கு எண்களின் கூடுதலும் 34 ஆகும்.

$12 + 13 + 6 + 3 = 34$; $7 + 2 + 9 + 16 = 34.$

$1 + 8 + 15 + 10 = 34$; $14 + 11 + 4 + 5 = 34.$

$3 + 15 + 2 + 14 = 34.$

2. குறுக்கு விட்டங்களில் அமைந்துள்ள எண்களின் கனங்களின் கூடுதல் இரண்டும் சமமாக உள்ளன.

$$12^3 + 3^3 + 14^3 + 5^3 = 8^3 + 15^3 + 2^3 + 9^3 = 4624 = 68^2$$

3. ஒன்றாவது நான்காவது வரிசைகளில் உள்ள எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் சமமாக இருக்கின்றன.

$$12^2 + 13^2 + 1^2 + 8^2 = 9^2 + 16^2 + 4^2 + 5^2 = 378.$$

அவ்வாறே இரண்டாவது மூன்றாவது வரிசைகளில் உள்ள எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் சமமாகும்.

$$6^2 + 3^2 + 15^2 + 10^2 = 7^2 + 2^2 + 14^2 + 11^2 = 370.$$

4. முதலாவது நான்காவது பத்திகளில் உள்ள எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் சமமாகக் கிடைக்கின்றன.

$$12^2 + 6^2 + 7^2 + 9^2 = 8^2 + 10^2 + 11^2 + 5^2 = 310.$$

அதேபோல இரண்டாவது மூன்றாவது பத்திகளில் உள்ள எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் சமமாக வருகின்றன.

$$13^2 + 3^2 + 2^2 + 16^2 = 1^2 + 15^2 + 14^2 + 4^2 = 438.$$

5. எதிர் எதிராக மூலைகளில் அமைந்துள்ள சதுரங்களில் உள்ள எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் சமமாகக் கிடைக்கின்றன.

$$12^2 + 13^2 + 6^2 + 3^2 = 14^2 + 11^2 + 4^2 + 5^2 = 358.$$

$$7^2 + 2^2 + 9^2 + 16^2 = 1^2 + 8^2 + 15^2 + 10^2 = 390.$$

6. ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ள நான்கு எண்களில் இரண்டு எண்களின் கூடுதல் 9 ஆகவும், மற்ற இரு எண்களின் கூடுதல் 25 ஆகவும் உள்ளன என்பதை அறிக.

$$12 + 13 = 25 \;;\; 1 + 8 = 9.$$

மந்திரச் சதுரம் காட்டிய விந்தைகள் கண்டீரா! கண்டு மகிழ்ந்தீரா! உங்கள் நண்பர்கட்கும் காட்டி மகிழ்விக்கலாமே!

51. எண் ஊகம் நல்லூகமே!

பேருந்து நிலையங்களிலும் பெரிய உணவுவிடுதிகளிலும் நீர் ஊற்றுக் காணும் நிபுணர்களின் விளம்பரங்களைக் கண்டிருப்பீர்கள். வயலிலோ தோட்டத்திலோ ஊற்று மிகுந்த கிணறு வெட்ட விரும்புகின்றவர்கள் அந்த நிபுணர்களின் உதவியினை நாடுவார்கள். நிலத்தின் அடியிலே மறைந்து இருக்கின்ற நீர் ஊற்றுக்களைக் காண அந்த நிபுணர்கள் "V" வடிவத்தில் அமைந்துள்ள புளியங்குச்சியினையோ "ப" வடிவத்தில் அமைந்துள்ள செம்புக் சம்பியினையோ தங்கள் கைகளில் மென்மையாக விரித்துப் பிடித்துக் கொண்டு ஊற்றுக் காணவேண்டிய நிலத்தின் மேல் மெதுவாக நடந்து செல்வார்கள். ஊற்று மிகுதியாக இருக்கின்ற இடங்களுக்கு மேலே நடந்து செல்லும்பொழுது குச்சியோ கம்பியோ வேகமாகச் சுழலத்தொடங்கும். எவ்விடத்தில் மிக வேகமாகச் சுழல்கிறதோ அவ்விடத்தைக் கிணறு தோண்டுவதற்குச் சிறந்த இடமாகத் தேர்ந்து எடுப்பார்கள். அவ்விடத்தில் தோண்டுகின்ற கிணற்றிலும் ஊற்று மிகுந்திருக்கும். இவ்வாறு

நிலத்தின் அடியில் மறைந்திருக்கின்ற நீர் ஊற்றுகளைக் கண்டு பிடிப்பவர்களை Water Diviners என்பார்கள்.

இதே போன்று உங்கள் நண்பர்களின் மனத்தடியில் மறைந்துள்ள எண்களையும் ஊகித்துச் சரியாகக் கூறிவிடலாம். எண் ஊகம் நல்லூகமே! பின்வரும் எண்விளையாட்டு அந்த எண் ஊக முறையில் எங்ஙனம் பிறர் மனத்தினடியில் மறைந்துள்ள எண்ணைக் கண்டுபிடிப்பது என்பதை விளக்கும்.

பிறர் எண்ணிய எண்ணைக் கண்டு கூறப் பல்வேறு வழி முறைகள் இருப்பினும் இம்முறை எதிரியினைத் திகைப்படையச் செய்யக்கூடிய ஒரு முறையாகும்.

பேராசிரியர் R. A. Proctor என்பவரால் இந்த எண் ஊக முறையானது உருவாக்கப்பட்டது. அம்முறையினைக் காண்போம்.

நீங்கள் நான்கு இலக்கங்கள் கொண்ட ஓர் எண்ணை மனத்தில் நினைத்துக் கொள்ளுங்கள். அதனை 2-ஆல் பெருக்கி 2460-ஐக் கூட்டுங்கள். பின்னர் 5-ஆல் பெருக்கி அத்துடன் 45-ஐக் கூட்டுங்கள். இறுதியில் அதனைப் 10-ஆல் பெருக்கி விடையை என்னிடம் கூறுங்கள். நீங்கள் எண்ணிய நான்கு இலக்க எண்ணை ஒரு நொடிக்குள் எண் ஊக முறையில் நான் கண்டு கூறிவிடுவேன். எப்படி?

நீங்கள் இறுதியில் தருகின்ற விடையிலிருந்து 123450-என்ற எண்ணைக் கழித்து இறுதியில் அமைந்துள்ள இரு பூஜ்யங்களை அடித்துவிட்டால், நீங்கள் முதலில் எண்ணிக்கொண்ட எண் கிடைத்துவிடும்.

(எ. டு.) நீங்கள் எண்ணிய நான்கு இலக்க எண் = 6248 என்க.

1. இதனை 2-ஆல் பெருக்க		× 2
	=	12496
2. பெருக்குத் தொகையுடன் 2460-ஐக் கூட்ட		+ 2460
	=	14956
3. இதனை 5-ஆல் பெருக்க		× 5
	=	74780
4. இதனுடன் 45-ஐக் கூட்ட		+ 45
	=	74825
5. இதனைப் 10ஆல் பெருக்க		× 10
	=	748250
நீங்கள் கூறுகின்ற விடை	=	748250
		—123450
இதிலிருந்து நான் 123450-ஐக் கழிக்கக் கிடைப்பது =	=	624800

இறுதியில் உள்ள இரு பூஜ்யங்களை நீக்கிவிட்டால் நீங்கள் எண்ணிக்கொண்ட 6248 என்ற எண் கிடைத்துவிடும்.

இந்த எண்ஊக விளையாட்டு உங்கள் நண்பர்களோடு நீங்கள் விளையாடும்பொழுது அவர்களைத் திகைப்படையச் செய்யும்.

விடை கண்டுபிடிப்பதற்குக் கழிக்கப்படுகின்ற எண் 123450-இல் முதல் மூன்று இலக்கங்கள் அடங்கிய எண் 123-ஐத் தான் 2-ஆல் பெருக்கி 0-ஐ இணைத்து 2460 என்று படி 2-இல் நாம் கூட்டச் சொன்னோம் என்பதையும் பின்னுள்ள மூன்று இலக்கங்கள் அடங்கிய எண் 450-இல் 45-ஐத்தான் படி 4-இல் நாம் கூட்டச் சொன்னோம் என்பதையும் நன்கு நினைவிற் கொள்க.

இந்த எண்விளையாட்டினை உங்கள் நண்பர்களுடன் விளையாடி அவர்களை வியப்படையச் செய்து இன்புறுத்துங்கள். எண்ஊகம் நல்லூகம்தானே!

52. எண் ஏழு காட்டும் எண்ணிலா இன்பம்!

குரல், துத்தம், கைக்கிளை, உழை, இளி, விளரி, தாரம் என்பன இசையின் ஏழு சுரங்கள். இவற்றையே ச, ரி, க, ம, ப, த, நி என்றும் கூறுவர். இந்த ஏழு சுரங்களைக் கொண்டு இசை வல்லுநர்கள் எண்ணரிய பண்களை உருவாக்கி நம்மை மகிழ்ச்சிக் கடலில் திளைக்கச் செய்கிறார்கள். ஏழுசுரங்கள் எத்தனையோ பாடல்களை - பண்களை - இராகங்களை - இசைக் கோலங்களை - உருவாக்கி நம் உள்ளத்தை மகிழ்விப்பது போன்று ஏழு என்ற எண்ணும் பல்வகையான விந்தைமிகு பண்புகளை விளக்கிக்காட்டி நம் சிந்தையினைக் கொள்ளை கொள்கின்றது. எண் ஏழு காட்டும் எண்ணிலா இன்பத்தில் ஒரு சில காண்போம்.

7-ஆல் 1-ஐ வகுத்தோமானால், அப்படி வகுத்துக் கிடைக்கின்ற தசமபின்னம் ஓர் ஒழுங்கினையும் கவர்ச்சியான பல தொடர்புகளையும் பெற்றுச் சிறந்து விளங்குகின்றது.

$$\frac{1}{7} = \cdot 1\,4\,2\,8\,5\,7\,1\,4\,2\,8\,5\,7\ldots$$

இவ்வகையான தசம பின்னங்களை மடங்கு தசம பின்னங்கள். (Recurring Decimal Fractions) என்பர். முடிவிலாது சென்று கொண்டிருக்கும் இம் மடங்கு தசம பின்னங்களில் ஒருசில இலக்கங்களைக்கொண்ட எண் திரும்பத் திரும்ப மடங்கி மடங்கித் தோன்றிக்கொண்டு இருப்பதாலேயே இவற்றிற்கு மடங்கு தசம பின்னங்கள் என்று பெயரிட்டுள்ளனர். 1/7 என்ற மடங்கு தசம

பின்னத்தில் திரும்பத்திரும்ப மடங்கிவரும் எண் 142857 என்ற ஆறிலக்க எண் ஆகும். இந்த எண் சில விந்தையான தன்மைகளைக் கொண்டு விளங்குவதைக் காணலாம்.

142857-என்ற எண்ணை 1, 2, 3, 4, 5, 6 என்ற இலக்கங்களால் பெருக்கினோமானால் பெருக்குத்தொகைகளில் ஓர் ஒழுங்கையும் அழகினையும் கண்டு மகிழலாம்.

$$142857 \times 1 = 142857$$
$$142857 \times 2 = 285714$$
$$142857 \times 3 = 428571$$
$$142857 \times 4 = 571428$$
$$142857 \times 5 = 714285$$
$$142857 \times 6 = 857142$$

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பெருக்குத்தொகைகளில் 142857-என்ற எண்ணில் உள்ள அதே இலக்கங்கள் தங்களுடைய பிணைப்பு நிலையிலிருந்து மாறுமல் அந்த ஒழுங்கு காப்பாற்றப் பட்டிருப்பதைக் காணலாம். அதாவது 1, 4, 2, 8, 5, 7-என்ற இலக்கங்களை ஒரு வட்டத்தின் பரிதியில் அமைத்தால் பெருக்குத்தொகைகள் ஒவ்வொன்றும் ஒரு இலக்கம் தொடங்கி ஒழுங்கு மாறுமல் அமைந்துள்ள தன்மையினைக் காணலாம். பெருக்குத் தொகைகளை இரு பகுதிகளாக்கினுல் பகுதிகளின் கூடுதல் 999 எனக் கிடைப்பதைக் காண்க.

ஆனுல் $142857 \times 7 = 999999$.

$$\text{எனவே} \quad \frac{1}{7} = \frac{142857}{999999}$$

இம் மடங்கு எண் 142857-ஐ இன்னும் சற்றுக் கூர்ந்து பாருங்கள். இந்த ஆறிலக்க எண்ணை இரு பாதிகளாக்கினுல் 142 என்றும், 857 என்றும் இரு மூன்றிலக்க எண்கள் கிடைக்கும். இவை இரண்டு எண்களையும் கூட்டினுல் கூட்டுத்தொகை 999 எனக் கிடைக்கின்றது. $142 + 857 = 999$.

$143 \times 999 = 142857$; ஆனுல் $143 = 11 \times 13$.

மேலும் $1001 = 7 \times 11 \times 13$ என்பதையும் நினைவிற்கொண்டால்

$$\begin{aligned} 142857 \times 7 &= 143 \times 999 \times 7 \\ &= 7 \times 11 \times 13 \times 999 \\ &= 1001 \times 999 \\ &= 999999. \end{aligned}$$

இந்த 142857-ஐ 1 முதல் 7 வரையுள்ள இலக்கங்களால் பெருக்கிய பெருக்குத் தொகைகளை முன்னர்க் கண்டோம். 142857 × 2 என்ற பெருக்கலின் பெருக்குத்தொகை 28-ல் தொடங்குகிறது: ஏனெனில் 2 × 14 = 28. இதேபோல 142857 × 3 என்ற பெருக்கலின் பெருக்குத்தொகை காண, 3 × 14 = 42 என்பதால் 42-இல் தொடங்கி எண்களின் தொடர் வரிசை மாறாமல் 428571 என்று எழுதிவிடலாம். இவ்வாறே பிற இலக்கங்களால் பெருக்கவும் தொடக்க எண்ணைக் காணலாம். 4-ஆல் பெருக்கிப் பெருக்குத்தொகை காண 4 × 14 = 56 என்பதால் (மடங்கு எண்ணில் 56-க்கு நெருக்கமாக உள்ள எண் 57 ஆகையால்) 57-இல் தொடங்கி பெருக்குத்தொகையினை 571428 என எழுதிவிடலாம். பெருக்குத் தொகைகளில் உள்ள இலக்கங்களின் தொடர் வரிசை (sequence) மாறாமல் வரும் என்பதை உணரவேண்டும். 2 முதல் 6 வரை உள்ள இலக்கங்களால் பெருக்கிய பெருக்குத் தொகைகளைக் கூட்டிப்பார்த்தோமானால் கூட்டுத்தொகை 2857410 என்று கிடைக்கிறது. இக் கூடுதல் எண்ணிலும் அதே இலக்கங்கள் தொடர்வரிசை மாறாமல் அமைந்துள்ள அழகினைக் கண்டு மகிழ்க.

இனி எந்த ஓர் எண்ணாலும் 142857-ஐப் பெருக்கி விரைவில் விடைகூற ஒரு சுருக்குவழி உண்டு. அதைக் காண்போம்.

142857 × 8 = 1142856.

142857 × 12 = 1714284.

மேலே கொடுத்துள்ள பெருக்கல் கணக்கீடுகளைச் சற்றுக் கூர்ந்து நோக்கினால் 142857-ஐ எந்த ஓர் எண்ணாலும் பெருக்கி விரைவில் விடைகூற ஒரு சுருக்குவழி காணலாம். எப்படி?

எந்த எண்ணால் 142857-ஐப் பெருக்க வேண்டுமோ அந்த எண்ணை 7-ஆல் வகுக்க வேண்டும். வகுப்பதால் கிடைக்கும் ஈவு எண்ணை இடப்பக்கம் போட்டுக் கொண்டு அதன் வலப்புறத்தில் மீதியாகக் கிடைக்கும் இலக்கத்தால் 142857-ஐப் பெருக்கி அப் பெருக்குத்தொகையினை எழுதிவிட வேண்டும். இறுதியாக ஈவாகக் கிடைத்த எண்ணைக் கழித்துவிட வேண்டும். இவ்வாறு கழித்த பின்னர்க் கிடைப்பதே நமக்குத் தேவையான பெருக்குத்தொகையாகும்.

மேலே கொடுத்துள்ள பெருக்கல் கணக்கீடுகளில் இச் சுருக்கு வழிப் பெருக்கு விதியினைப் பொருத்திச் சரிபார்ப்போம்.

8 ÷ 7 = 7 × 1 + 1. எனவே ஈவு = 1; மீதி = 1.

∴ 142857 × 8 = 1142857 − 1 = 1142856.

[ஈவு எண் 1-ஐ இடப்புறத்தில் எழுதிக்கொண்டு அதன் வலப் புறத்தில் மீதி எண்ணாகிய 1-ஆல் 142857-ஐப் பெருக்கி எழுதிக் கொண்டு, ஈவு எண் 1-ஐக் கழித்துள்ளோம்.]

அடுத்து $12 \div 7 = 7 \times 1 + 5$; ஈவு $= 1$; மீதி $= 5$.

$$142857 \times 12 = 1714285 - 1.$$
$$= 1714284.$$

[இடப்புறம் போடுவது ஈவு எண் 1 ; வலப்புறத்தில் பெருக்கிப் போடுவது $142857 \times 5 = 714285$. கழிப்பது ஈவு எண் 1.]

மற்றொரு எடுத்துக் காட்டுக் காண்போம்.

$$142857 \times 543 = ?$$

விளக்கம் : $543 = 7 \times 77 + 4.$

ஈவு $= 77$; மீதி $= 4$

$$142857 \times 4 = 571428$$
$$\therefore 142857 \times 543 = 77571428 - 77$$
$$= \underline{7,75,71,351.}$$

பெருக்கும் எண் 7-ஆல் மீதியின்றி வகுபடும் எண்ணாக இருக்குமெனில் ஈவு எண்ணில் 1-ஐக் குறைத்து எழுதிக்கொண்டு அதன் வலப்புறத்தில் 142857-ஐ 7 ஆல் பெருக்கிய பெருக்குத் தொகை 999999-ஐ எழுதிவிட வேண்டும். இறுதியில் 1 குறைக்கப் பட்ட ஈவு எண்ணைக் கழித்து விடவேண்டும். ஓர் எடுத்துக்காட்டுக் காண்போம்.

(எ. டு.) $142857 \times 91 = ?$

விளக்கம் :

$91 \div 7 = 7 \times 13$; ஈவு $= 13$; மீதி $= 0$. ஈவு எண்ணில் 1-ஐக் குறைக்க $13 - 1 = 12$.

$$\therefore 141857 \times 91 = 1299999 - 12$$
$$= \underline{1,29\ 99,987.}$$

இந்த விந்தையான தன்மைகளை நன்கு அறிந்துகொண்டால் 142857-ஐ எந்த எண்ணாலும் ஒரு நொடிக்குள் பெருக்கி விடைகூறி உங்கள் நண்பர்களை வியப்பில் ஆழ்த்தலாம். அவர்கள் உங்களின் எண்ணாற்றலைக் கண்டு அயர்ந்து போவார்கள்.

என் ஏழு காட்டும் எண்ணிலா இன்பம் உங்கள் நண்பரும் காணட்டுமே!

53. எந்திரம் கூருது ; எண்திறம் கூறும்!

இருபதாம் நூற்ருண்டினை எந்திர யுகம் என்கிருேம். நாம் எந்தச் செயலைச் செய்யவேண்டும் என்ருலும் அதனை ஓர் எந்திரம் நமக்கு எளிமையாகச் செய்துகொடுத்துவிடுகிறது. நம்முடைய உழைப்பும் நேரமும் நமக்கு மிச்சமாகின்றன. மாவு ஆட்டுவதிலிருந்து வெந்நீர் போடுவதுவரை வீட்டுவேலைகளைச் செய்யப் பல்வேறு எந்திரங்கள் நம் வாழ்க்கை வசதிகளைப் பெருக்கிக் கொள்ளவும் உழைப்பையும் நேரத்தையும் மிச்சப்படுத்திப் பிற வழிகளில் அவற்றைப் பயன்படுத்திக் கொள்ளவும் அவை நமக்குத் துணை செய்கின்றன. எடைபார்ப்பது, சோதிடம் கூறுவது, திருமணப் பொருத்தம் காண்பது என்று எதற்கும் இப்பொழுது எந்திரத்தின் உதவியை நாடுகிருேம் நாம். காம்பூட்டர்களின் துணைகொண்டு எதிர்காலத்தைக் கூடக் கணித்து அறிகிருர்கள்.

ஆனுல் எந்த எந்திரமும் மற்றவர் மனத்தில் உள்ளதை அறிந்து கூறியதாகத் தெரியவில்லை. மற்றவர் மனத்தில் எண்ணிக் கொண்ட எண்களை நாம் எண்திறம் அறிந்திருந்தோமானுல் எளிதில் கூறலாம், ஆம் எந்திரம் கூருது; எண்திறம் கூறும்! எப்படி?

நீங்கள் 995-க்குக் குறைவான எந்த ஓர் எண்ணையும் எண்ணிக் கொள்ளுங்கள். அதனை 37-ஆல் பெருக்கி, அத்துடன் 111-ஐக் கூட்டுங்கள். பின் கூட்டுத்தொகையினை 27-ஆல் பெருக்கி விடையினைக் கூறுங்கள். எண்திறத்தால் நீங்கள் எண்ணிய எண்ணைக் கூறிவிடலாம். எங்ஙனம்?

நீங்கள் கூறிய விடையினை நெருங்கிய ஆயிரமாக்கி, அதில் எத்தனை ஆயிரம் இருக்கின்றதோ அந்த எண்ணிலிருந்து 3-ஐக் கழித்தால் நீங்கள் எண்ணிய எண் கிடைத்துவிடும்.

(எ. டு.) நீங்கள் எண்ணிய எண் 12 என்க.

1. 12-ஐ 37-ஆல் பெருக்கக் கிடைப்பது	=	444
		+ 111
2. இத்துடன் 111-ஐக் கூட்டக் கிடைப்பது	=	555
3. 555-ஐ 27-ஆல் பெருக்கக் கிடைப்பது	=	14985

நீங்கள் கூறும் விடை = 14985.

இதனை நெருங்கிய ஆயிரமாக்கினால் 15,000.

இதில் உள்ள ஆயிரங்கள் 15.

எனவே நீங்கள் எண்ணிய எண் = 15 — 3 = 12.

இந்த எண்விளையாட்டினை உங்கள் நண்பர்களுடன் ஆடி மகிழுங்கள்.

இதில் மறைந்துள்ள எண்திறம் இதுதான் : நீங்கள் எண்ணிக் கொள்ளும் எண் n எனக் கொண்டால்

$$(37n + 111)\, 27 = 999n + 3 \times 999$$
$$= 999\,(n + 3)$$

நீங்கள் எண்ணியதை எந்திரம் கூறாது; எண்திறம் கூறும்தானே!

54. மாறிவரும் எண்திடலில் ஆடிமகிழ்வீர்!

இந்நூலின் தொடக்கத்தில் "விகடகவி எண்கள்" உருவாகும் விந்தைகண்டு மகிழ்ந்தீர்கள். பின்னர் விகடகவி எண்களின் வகுபடுதன்மையினை அறிந்து இன்புற்றீர்கள். இடப்பாடி என்ற ஊரின் பெயரை ஆங்கிலத்தில் எழுதினால் அது இருவழிஒக்கும் சொல்லாக இருப்பதைக் காணுங்கள்.

→ IDAPPADI ←

இங்கு மாறிவரும் எண்திடலில் சற்று விளையாடி மகிழ உங்களை அழைக்கிறேன்.

(அ) பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகளில் இருந்து கூட்டலும் பெருக்கலும் எதிர்முறைச் செய்முறைகள் (Reverse Operations) என்பதைப் புரிந்துகொள்வீர்கள்!

9 + 9 = 18	→ ←	9 × 9 = 81.
24 + 3 = 27		24 × 3 = 72.
47 + 2 = 49		47 × 2 = 94.
497 + 2 = 499		497 × 2 = 994.

கூட்டுத்தொகைகளும் பெருக்குத்தொகைகளும் மாறித் தோன்றி நம்மை மயக்குதல் காணீர்!

(ஆ) பின்வரும் சில எண்கள் அவற்றின் மாறிவரும் எண்களின் தொகை மடங்குகளாக (Integral Multiples) அமைந்திருக்கும் அழகினைக் காணுங்கள்.

8712 = 4 × 2178.

9801 = 9 × 1089.

(இ) இரு எண்களின் பெருக்குத்தொகையும் அவ்விரண்டின் மாறிய எண்களின் பெருக்குத்தொகையும் மாறி அமைந்துள்ள அழகினைச் சிந்தை குளிரக் கண்டு மகிழுங்கள்!

312 × 221 = 68952.

213 × 122 = 25986.

(ஈ) பின்வரும் வர்க்கஎண்களில் மாறித் தோன்றும் மாண்புகண்டு மகிழலாம்!

$12^2 = 144$; $21^2 = 441$.

$13^2 = 169$; $31^2 = 961$.

இருவழியும் ஒக்கும் எண்ணுக - விகடகவி எண்ணுக - அமைந்துள்ள 698896 என்ற எண் ஒரு நிறைவர்க்க எண்ணுக இருக்கின்றது கண்டு இன்புறுங்கள்.

$698896 = 836^2$

மாறிவரும் எண்திடலில் உங்கள் நண்பர்களுடன் ஆடிமகிழ்வீர்!

55. எண்ண இனிக்கும் எண்மாலைகள்!

''செந்தமிழ் நாடெனும் போதினிலே - இன்பத்
தேன்வந்து பாயுது காதினிலே''

என்ற பாடலில் பாரதி ஒரு புதுமையான சொற்கலவையால் அற்புதமான உணர்வினை நம் உள்ளத்தில் ஊட்டிவிடுகிறுன். தேனின் சுவையினை நாவினுல்தான் அறியமுடியும். நாவிலே தேன் பாய்ந்தால் அச்சுவை இனிமை கூட்டும். காதிலே தேன் பாய்ந்தால் அந்த இனிமையைக் காதால் உணரமுடியுமா? முடியாது என்போம் நாம். ஆனுல் புதுமைக் கவிஞன் பாரதியோ அச்சுவை இனிமையைத் தான் உணர்ந்ததோடு மட்டுமன்றி நம்மையும் உணரச்செய்கிறுன். இரு புலன்களின் உணர்வுகளைக் கருத்துக் கூட்டாக்கம் (Synthesis) செய்து ஒரு விந்தை புரிகிறுன் சந்தக் கவிஞன் பாரதி.

செந்தமிழ் நாடெனும் போதினிலே இன்பத் தேன்வந்து காதினிலே பாய்வதைப் போல எண்மாலைகள் என்றவுடன் நம்

எண்ணமெல்லாம் இனிக்கிறது. அங்ஙனம் எண்ண எண்ண இனிக்கும் எண்மாலைகள் சில காண்போம்.

(அ) 3367 - என்ற எண்ணை 33-ஆல் பெருக்கினால் பெருக்குத் தொகையாக ஆறு ஒன்றுகள் அதாவது 111111 - கிடைக்கும். எனவே 3367-ஐ33-இன் மடங்குகளால் (33, 66, 99,...297 வரை) பெருக்கினோமானால் பெருக்குத்தொகைகளாக ஒரே இலக்கங்களால் உருவான எண்மாலைகள் கிடைக்கும்.

3367	×	33	=	111,111
3367	×	66	=	222,222
3367	×	99	=	333,333
3367	×	132	=	444,444
3367	×	165	=	555,555
3367	×	198	=	666,666
3367	×	231	=	777,777
3367	×	264	=	888,888
3367	×	297	=	999,999

3367-என்ற எண்ணை 33-இன் 11, 12, 13, ... மடங்குகளால் (363, 396, ... போன்றவைகளால்) பெருக்கினால் சற்று மாறுபட்ட எண்மாலைகள் உருவாகும். அவற்றைத் தொடுத்து மகிழுங்கள்.

(ஆ) அவ்வாறே 152207-என்ற எண்ணை 73-இன் மடங்குகளால் பெருக்க எட்டு எண்மலர்களால் உருவாகும் எண்மாலைகள் கிடைக்கும்.

152207	×	73	=	1,11,11,111
	×	146	=	2,22,22,222
	×	219	=	3,33,33,333
	×	292	=	4,44,44,444
	×	365	=	5,55,55,555
	×	438	=	6,66,66,666
	×	511	=	7,77,77,777
	×	584	=	8,88,88,888
	×	657	=	9,99,99,999

எண்ண எண்ண இனிக்கும் எண்மாலைகள் தொடுத்து உங்கள் நண்பர்கட்குச் சூட்டி மகிழுங்கள்! அவர்களையும் மகிழச் செய்யுங்கள்.

56. மந்திர எண்களை உருவாக்கும் தந்திர எண்கள்!

மாஜிக் காட்சிகளை நடத்துகின்ற மாஜிக் நிபுணர்கள் தங்கள் காட்சிகளை மக்கள் கண்டு பிரமிப்பு அடையும் வண்ணம் நிகழ்த்திக் காட்டுகிறார்கள். ஏதோ மந்திர சக்தியினால் அதி அற்புதமான செயல்களைச் செய்து காட்டுவதுபோல் மக்களை நம்பவைக்கிறார்கள். ஆனால் இம்மாஜிக் நிபுணர்கள் செய்கின்ற ஒவ்வொரு மந்திரக் காட்சிக்கும் தேவையான தந்திர சாதனங்களை மிகுந்த திறமையோடும் நுணுக்கத்தோடும் பிறர் கண்டு பிடிக்க இயலாத முறையில் கவனத்தோடும் செய்துவைத்துக் கொண்டுள்ளார்கள். அந்தச் சாதனங்களின் துணையாலும் நுட்பமான விரைவான கைத்திறனாலும் நம் சிந்தையினை மயக்கி விந்தைகள் பல புரிகின்றார்கள். மாஜிக் போலத் தோன்றும் சில தந்திரங்களைச் செய்து மக்களை ஏமாற்றும் போலிச் சமயவாதிகள் சிலரைக்கூட மக்கள் கடவுள் அவதாரம் என்று நம்பிமோசம் போவதைக் காண்கிறோம். இதனால்தான் பகுத்தறிவுவாதிகள் சிலர் மாஜிக் நிபுணர்களின் தந்திரங்களை எல்லாம் வெளிப்படையாக மக்கட்கு விளக்கிக் காட்டி அவையாவும் "மந்திரமல்ல தந்திரமே" என்று நிரூபித்து தெய்வீக சக்தி என்ற போர்வையில் ஒளிந்துகொண்டு ஏமாற்றித்திரியும்போலியான சமயத்தலைவர்களை இனங்காட்டி எச்சரிக்கை விடுகிறார்கள்.

பின்வரும் எண்விளையாட்டிலும் மற்றவர்கள் வியப்பால் மலைத்து நிற்கும்படி மந்திர எண்களை உருவாக்கிக் காட்டி நம் எண்ணாற்றலைப் புலப்படுத்தலாம். அத்தகைய மந்திர எண்களை உருவாக்கித் தருவதற்குரிய சாதனங்கள் போன்று சில தந்திர எண்கள் உள்ளன. மந்திர எண்களை உருவாக்கும் தந்திர எண்களையும் அவற்றால் உருவாகும் விந்தைமிகு எண்களையும் இனிக் காண்போம்.

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ என்பது இயற்கணிதத்தில் (Algebra)) ஒரு சூத்திரம் - கட்டளை விதி. இந்த சூத்திரத்தின் துணைகொண்டு நண்பர்களின் கருத்தைக் கவருகின்ற தனித்திறம் வாய்ந்த மந்திர எண்களை உருவாக்கி அவர்களை மகிழ்விக்கலாம். எப்படி?

(அ) கூடுதல் 11-ஆகவும், வித்தியாசம் 1-ஆகவும் கிடைக்குமாறு இரு எண்களைத் தேர்ந்துகொள்வோம். அத்தகைய இரு எண்கள் 6-உம் 5-உம் ஆகும். இனி $6^2-5^2 = (6+5)(6-5) = 11\times1 = 11$. இந்தத் தந்திர எண்கள் உருவாக்கும் கருத்தைக் கவருகின்ற மந்திர எண்களைக் காணுங்கள்.

$$6^2 - 5^2 = 1\ 1$$
$$56^2 - 45^2 = 1\ 1\ 1\ 1$$
$$556^2 - 445^2 = 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1$$
$$5556^2 - 4445^2 = 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \qquad \text{etc.}$$

இவைபோன்ற தனித்திறம் வாய்ந்த அரிய எண் அடுக்குகளை உருவாக்கிக் காட்டி உங்கள் நண்பர்களை வியப்பில் ஆழ்த்தி மகிழ்விக்கலாம்.

(ஆ) இப்பொழுது கூடுதல் 11-எனவும், வித்தியாசம் 3-எனவும் கிடைக்கும்படி இரு எண்களைத் தேர்ந்து கொள்வோம். அத்தகைய எண்கள் 7-உம் 4-உம் ஆகும்.

$[7^2 - 4^2 = (7+4)(7-4) = 11 \times 3 = 33.]$

இனி இவை உருவாக்கும் கவர்ச்சி மிகு எண் அடுக்குகளைக் கண்டு மகிழுங்கள்.

$$7^2 - 4^2 = 3\ 3$$
$$57^2 - 54^2 = 3\ 3\ 3$$
$$557^2 - 554^2 = 3\ 3\ 3\ 3$$
$$5557^2 - 5554^2 = 3\ 3\ 3\ 3\ 3 \qquad \text{etc.}$$

(இ) இனிக் கூடுதல் 11-எனவும், வித்தியாசம் 5-எனவும் கிடைக்கும்படி இரு எண்களைத் தேர்ந்து கொள்வோம். 8-உம் 3-உம் அத்தகைய தன்மை கொண்ட எண்கள் அல்லவா? இனி

$$8^2 - 3^2 = (8+3)(8-3) = 11 \times 5 = 55.$$

இவை உருவாக்கும் விந்தையான தொடர்புடைய எண் அடுக்குகளைக் காணுங்கள்.

$$8^2 - 3^2 = 5\ 5$$
$$58^2 - 53^2 = 5\ 5\ 5$$
$$558^2 - 553^2 = 5\ 5\ 5\ 5$$
$$5558^2 - 5553^2 = 5\ 5\ 5\ 5\ 5 \qquad \text{etc.}$$

(ஈ) இவ்வாறே கூடுதல் 11 ஆகவும் வித்தியாசம் 7-ஆகவும் இருக்கும்படி இரு எண்களைத் தேர்ந்து கொண்டோமானால் பின் வருமாறு சிந்தையை மகிழச் செய்யும் விந்தையான எண் அடுக்கு களை உருவாக்கலாம்.

$9^2 - 2^2 = 77$

$59^2 - 52^2 = 777$

$559^2 - 552^2 = 7777$

$5559^2 - 5552^2 = 77777$ etc.

(உ) மேலும், நாம் இரு எண்களின் கூடுதல் 11-எனவும் வித்தியாசம் 9-எனவும் வரும்படி தேர்ந்துகொண்டால் அவை பின் வரும் வியப்பூட்டும் எண்களை உருவாக்கி மகிழ்விக்கும்.

$10^2 - 1^2 = 99$

$60^2 - 51^2 = 999$

$560^2 - 551^2 = 9999$

$5560^2 - 5551^2 = 99999$ etc.

(ஊ) மேலே நாம் எடுத்துக்காட்டிய தந்திரத்தின் அடிப்படையில் உருவாக்கக்கூடிய எண்ண இனிக்கும் எண்அடுக்குகள் காண்க.

$11^2 - 0^2 = 121$

$61^2 - 50^2 = 1221$

$561^2 - 550^2 = 12221$

$5561^2 - 5550^2 = 122221$ etc.

(எ) இரு எண்களின் கூடுதல் 11-எனவும், வித்தியாசம் 13 எனவும் இருக்குமபடி தேர்ந்துகொள்வோம். 12, —1 என்ற இரு எண்கள் இத்தன்மை உடையன. இங்கு ஓர் எண் நேர் எண் (Positive Number), மற்றொன்று எதிர் எண் (Negative Number) என்பதை யும் கவனியுங்கள். $12 + (-1) = 11$; $12 - (-1) = 13$. எனவே

$12^2 - (-1)^2 = 143$

$62^2 - 49^2 = 1443$

$562^2 - 549^2 = 14443$

$5562^2 - 5549^2 = 144443$ etc.

மேலே நாம் எடுத்துக்காட்டியுள்ளவைகளின் மூலம் இத்தகைய மந்திர எண்களை உருவாக்கும் தந்திர எண்களை எப்படித் தேர்ந்துகொள்வது என்பதை எளிதில் அறியலாம். எடுத்துக்காட்டு எ–இல் இணை எண்களில் ஒன்று எதிர்எண்ணாக (Negative Number) இருப்பதைக் காணுங்கள். இரண்டாவது இணை எண்களை உருவாக்க அவை ஒவ்வொன்றுடன் 50-ஐக் கூட்ட வேண்டும். மூன்றாவது இணை எண்களை உருவாக்க அவை ஒவ்வொன்றுடன் 550-யும், நான்காவது இணைகளை உருவாக்க 5550-யும் கூட்டவேண்டும். இவை போன்றே தேவையான அளவிற்கு எண்களை உருவாக்கக் கூடும்.

பின்வரும் இணை எண்கள் உருவாக்கும் எண் அடுக்குகளை அமைத்து அவற்றில் காணும் அழகினைக்கண்டு களிப்படையுங்கள்.

13, — 2	;	18, — 7
14, — 3	;	19, — 8
15, — 4	;	20, — 9
16, — 5	;	21, — 10
17, — 6	;	22, — 11

இவை போன்ற இன்னும்பல இணை எண்களை நீங்களே உங்களின் தேவைக்கேற்ப உருவாக்கிக் கொண்டு இந்த எண்விளையாட்டை உங்கள் நண்பர்களுடன் விளையாடி மகிழலாம்.

(ஏ) இரு எண்களின் கூடுதல் 22-எனவும் வித்தியாசம் 2-எனவும் கிடைக்கும்படி இருஎண்களைத் தேர்ந்துகொண்டு பின்வரும் எண் அடுக்குத் தொடர்புகளை உருவாக்கி மகிழலாம். (இங்கு இரண்டாவது, மூன்றாவது, நான்காவது, இணை எண்களை உருவாக்க 100, 1100, 11,100, முதலியவைகளைக் கூட்டவேண்டும் என்பதை அறிக).

$$12^2 - 10^2 = 44$$
$$112^2 - 110^2 = 444$$
$$1112^2 - 1110^2 = 4444$$
$$11112^2 - 11110^2 = 44444 \quad \text{etc.}$$

(ஐ) கூடுதல் 33-எனவும் வித்தியாசம் 3-எனவும் இருக்கும்படி இரு எண்களைத் தேர்ந்துகொண்டு பின்வரும் எண் அடுக்குகளை உருவாக்கக் கூடும்.

$18^2 - 15^2 = 99$

$168^2 - 165^2 = 999$

$1668^2 - 1665^2 = 9999$

$16668^2 - 16665^2 = 99999$ etc.

[இங்கு இரண்டாவது, மூன்றாவது, நான்காவது இணைஎண்களை உருவாக்க 150, 1650, 16650 முதலியவைகளைக் கூட்டவேண்டும் என்பதை அறிக.]

மந்திர எண்களை உருவாக்கும் தந்திர எண்களைக் கண்டு கொண்டீர்களா? இனி உங்கள் நண்பர்களிடம் உங்கள் எண்ணாற்றல் காட்டி வியப்பூட்டி மகிழுங்கள்.

57. எண்ணியதைக் கூறும் எண்திறம் காண்க!

பின்வரும் எண்திறம் அறிந்து கொண்டு உங்கள் நண்பர்களிடம் அவர் எண்ணியதைக் கூறி அவர்களை மகிழ்வித்து நீங்களும் மகிழுங்கள்.

உங்கள் நண்பரை ஏதேனும் ஓர் எண்ணை எண்ணிக் கொள்ளும்படி கூறுங்கள். அத்துடன் 2-ஐக் கூட்டி அதனால் எண்ணிக்கொண்ட எண்ணைப் பெருக்கச் சொல்லுங்கள். பிறகு அத்துடன் 5-ஐக் கூட்டி விடையை உங்களிடம் கூறும்படி கேளுங்கள்.

பின்வரும் எண்திறத்தால் உங்கள் நண்பர் எண்ணிய எண்ணைக் கண்டு கூறலாம். உங்கள் நண்பர் கூறிய விடையிலிருந்து 4-ஐக் கழித்தால், கழித்தபின் கிடைக்கும் எண் ஒரு முழு வர்க்கஎண்ணாக இருக்கும். (வர்க்க எண் என்பது ஓர் எண்ணை அதனாலேயே பெருக்கக் கிடைக்கும் பெருக்குத்தொகை யாகும்) அந்த வர்க்க எண்ணின் வர்க்க மூலம் கண்டு அதிலிருந்து 1-ஐக் கழிக்க உங்கள் நண்பர் எண்ணிய எண் கிடைத்துவிடும். எப்படி?

(எ. டு.) *உங்கள் நண்பர் எண்ணிய எண் 14 என்போம்.*

1. இத்துடன் 2-ஐக் கூட்டக் கிடைப்பது, $14 + 2 = 16$.
2. 16-ஆல் எண்ணிக்கொண்ட 14-ஐப் பெருக்க, $16 \times 14 = 224$.
3. இத்துடன் 5-ஐக் கூட்ட, $224 + 5 = 229$.

நண்பர் கூறும் விடை = 229.

உங்கள் நண்பர் எண்ணிய எண்ணைக் காண 229-இலிருந்து 4-ஐக் கழிக்க வேண்டும். 229 — 4 = 225. இந்த 225 என்பது முழுவர்க்க எண்ணாகும்.

இதன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டால், $\sqrt{225} = 15$.

15-இலிருந்து 1-ஐக் கழிக்கக் கிடைப்பது = 14.

∴ நண்பர் எண்ணிய எண் = 14.

இந்த எண்விளையாட்டில் மறைந்திருக்கும் எண்திறம் காண்க : உங்கள் நண்பர் எண்ணிய எண் n எனக் கொண்டால்

$$\begin{aligned} n(n+2)+5 &= n^2+2n+5 \\ &= n^2+2n+1+4 \\ &= (n+1)^2+4. \end{aligned}$$

இந்த எண்திறத்தின் துணைகொண்டு உங்கள் நண்பர் எண்ணியதை கண்டு கூறி மகிழ்விக்கலாம் இல்லையா?

58. மீண்டும் தோன்றும் இலக்கங்கள்!

வினைவயப்பட்டுப் பிறவியில் உழலுவதைப் பெருந்துன்பமாகக் கருதும் பெரியோர்கள் அப் பிறவித் துன்பத்திலிருந்து விடுபட்டுப் பேரின்பநிலையினை அடைய விரும்புவார்கள். வள்ளுவப் பெருந்தகையும் துறவறவியலில் ''அவா அறுத்தல்'' என்னும் அதிகாரத்தில்

''அவாஎன்ப எல்லா உயிர்க்கும்எஞ் ஞான்றும்
தவாஅப் பிறப்பீனும் வித்து''

என்ற குறளில் எல்லா உயிர்களுக்கும் எக்காலத்திலும் ஒழியாமல் வருகின்ற பிறவித் துன்பத்தை உண்டாக்கும் வித்து அவா-அதாவது ஆசை - என்று கூறுவர். புத்தர்பிரானும் ''ஆசையே துன்பங்கட்கு எல்லாம் காரணம். அதனால் ஆசையை அறுமின்கள்'' என்று அறிவுறுத்துவார். அரிய பிறவியாகிய மானிடப் பிறவியைப் பெற்றவர்கள் இந்த ஒரு பிறவியிலேயே மெய்யுணர்வு பெற்றுப் பேரின்பவீடு அடையும் நெறியில் நிற்க விரும்புவார்கள்.

''வேண்டுங்கால் வேண்டும் பிறவாமை மற்றது
வேண்டாமை வேண்ட வரும்''

என்பதை நன்குணர்ந்தவர்கள் ஆகையினுல் பிறவாமை வேண்டி நின்று அதனைத் தருகின்ற வேண்டாமை எனும் விழுமிய தூய செல்வத்தினைப் பெறப் பாடுபடுவார்கள். மீண்டும் தோன்றுத - பிறவாத - நிலையினை விரும்பும் பெரியார்கள் வேண்டும் நெறி - விழையும் நெறி-இதுவேயாம்.

பின்வரும் எண்விளையாட்டிலும் ஒருமுறை தோன்றிய இலக்கங்கள் மீண்டும் தோன்றுத நிலையினைப் பெற்று நின்று நமக்குப் பேரின்பமூட்டுகின்றன. அதனைக் காண்போம்:

ஆங்கில மொழியில் இருபத்திஆறே எழுத்துக்கள் அமையப் பெற்றுள்ளதால் வந்த ஓர் எழுத்துத் திரும்ப வாராமல் அமைந்துள்ள சொற்களைக் காண்பது அரிதாகும். அவ்வகையில் வந்த ஓர் எழுத்துத் திரும்ப வாராமல் அமைந்துள்ள சொற்களில் சில வற்றைக் காட்டாகக் கூறலாம்.

PLAYGROUNDS ; WORKMANSHIP ;

REPUBLICANS ; SYMPATHIZER ; DUMBWATERS

என்ற சொற்கள் அவற்றுள் சிலவாம்.

இதுபோன்றே வந்த ஓர் இலக்கம் திரும்ப வாராமல் அமைந்துள்ள எட்டிலக்க எண்களையும் அவற்றை 9-ஆல் பெருக்கப் பெருக்குத்தொகைகளில் திரும்பவும் தோன்றுதவாறு ஒன்பது இலக்கங்களும் அமைந்துள்ள ஒன்பதிலக்க எண்களையும் காணலாம். இத்தகைய தன்மை வாய்ந்தவைகளாக உள்ள நான்கு எட்டிலக்க எண்கள் :

58132764 ; 72645831 ; 76125483 ; 81274365.

இந்த எட்டிலக்க எண்களில் 9-ஐ நீக்கிய மற்ற எட்டு இலக்கங்களும் திரும்பத் தோன்றுமல் அமைந்துள்ளன என்பதைக் கவனியுங்கள். இவற்றை 9-ஆல் பெருக்கினேமானுல் பெருக்குத் தொகைகளில் ஒன்பது இலக்கங்களும் மீண்டும் தோன்றுத நிலையில் அமைந்து நின்று நம்மை மகிழ்விக்கின்றன.

5,81,32,764 × 9 = 52,31,94,876.

7,26,45,831 × 9 = 65,38,12,479.

7,61,25,483 × 9 = 68,51,29,347.

8,12,74,365 × 9 = 73,14,69,285.

இதனினும் ஓர் அரிய தன்மையினைப் பெற்று ஏற்றம்பெற நிற்கின்றன அந்த எட்டிலக்க எண்கள் நான்கும். அவைகளைப்

18-ஆல் பெருக்கினேமானல் பெருக்குத்தொகைகளில் திரும்பத் தோன்ருத பத்து இலக்கங்களும் அடங்கிய பத்திலக்க எண்கள் உருவாகி நம்மை வியப்பில் ஆழ்த்தி இன்புறுத்துகின்றன.

5,81,32,764 × 18 = 104,63,89,752.
7,26,45,831 × 18 = 130,76,24,958.
7,61,25,483 × 18 = 137,02,58,694.
8,12,74,365 × 18 = 146,29,38,570.

"வேண்டுங்கால் வேண்டும் பிறவாமை" என்று கூருமல் கூறி மீண்டும் தோன்ருத இலக்கங்களுடன் விளங்குகின்ற இவ்வெண்கள் உணர்த்தும் பேரின்பப் பெருநெறியினை உன்னி உய்க!

59. நவிலரிய இன்பம் நல்கும் நவஎண் மாலைகள்!

பல்வேறு அணிமணிகள் - நகைகள் - அணிந்து பகட்டாகவும் அழகாகவும் விளங்கவேண்டும் என்று விரும்பாத பெண்களே இல்லை என்று கூறலாம். ஆண்களும் கழுத்தில் சங்கிலியும் (மைனர் செயின்) கைவிரல்களில் மோதிரங்களும் அணிந்து தம் செல்வச் செழிப்பைப் பிறருக்கு உணர்த்தவே விரும்புகின்றனர். வெள்ளி, தங்கம் போன்றவற்ருல் நகைகள் செய்து அணிந்து கொள்ளுதலும், அந்த நகைகளில் பல்வகையான மணிகள் பதித்து அணிந்து கொள்ளுதலும் பண்டுதொட்டு நம்மிடையே இருந்து வரும் பழக்கமாகும். இத்தகைய மணிகளில் அன்றுதொட்டு இன்றுவரை அனைவராலும் போற்றப்பட்டு வருபவை நவமணிகள் -நவரத்தினங்கள்-எனப்படும்.

வைரம், மரகதம், நீலம், கோமேதகம், பவளம், மாணிக்கம், முத்து, புட்பராகம், வைடூரியம் ஆகியவையே அந்த நவமணிகள் ஆகும். விலை உயர்ந்த இந்த நவமணிகள் அவற்றின் தூய நிறத்தாலும் களங்கமற்ற ஒளியாலும் அழகும் மதிப்பும் பெறுகின்றன.

வைரமாலை, பவளமாலை, முத்துமாலை, மாணிக்கமாலை என்று தனித்தனியேயும், நவமணிமாலை, நவரத்தின மோதிரம் என்று நவரத்தினங்களை ஒன்ருகச் சேர்த்தும் அணிந்து மகிழ்கிருேம்.

பொன்நகையோ, மணி அணியோ ஏதுமின்றிப் புன்னகையே தம் அணிமணியாய்க் கொண்டிலங்கும் பெண்மணிகளே நம் நாட்டில் ஏராளம். அவர்கள் தம் பற்களையே முத்துக்களாய்,

செக்கச் சிவந்த இதழ்களையே பவளங்களாய், மின்னும் ஒளி பொருந்திய விழிகளையே வைரங்களாய், தம் புன்னகையே பொன் நகையாய்க் கொண்டு இயற்கை எழில்கொஞ்ச விளங்குகின்றனர்.

வைரமாலை, பவளமாலை, முத்துமாலை, மாணிக்கமாலை என்பனபோல் நவ எண்களும் நவிலரிய நவஎண்மாலைகளை உருவாக்கி நம்மைப் புன்னகை அணியச் செய்கின்றன. விரும்பியோர் விரும்பிய வண்ணம் எண்மாலைகளை உருவாக்கி மகிழலாம். விலைமதிப்பு மிக்குடையன நவமணிமாலைகள் என்றால் இவைகளோ விலையில்லா நவஎண்மாலைகள். நவிலரிய இன்பம் நல்கும் நவஎண்மாலைகளைக் காண்போம் வாருங்கள்.

(அ) 1, 2, 3, 4,.. என்ற இலக்கங்களை 9 வரை 8-ஐ நீக்கிவிட்டு எழுதி ஓர் எட்டிலக்க எண்ணை உருவாக்குங்கள். உருவாகும் எண் 12345679 என இருக்கும். இதனை 9-இன் மடங்குகளால் (9, 18, 27. போன்றவை) பெருக்கினால், எம்மடங்கால் பெருக்குகின்றோமோ அம்மடங்கு எண் ஒன்பது முறை வருகின்ற நவஎண்மாலைகள் உருவாவதைக் கண்டு இன்புறலாம்.

12345679 × 9 = 111,111,111.
12345679 × 18 = 222,222,222.
12345679 × 27 = 333,333,333.
12345679 × 36 = 444,444,444.
12345679 × 45 = 555,555,555.
12345679 × 54 = 666,666,666.
12345679 × 63 = 777,777,777.
12345679 × 72 = 888,888,888.
12345679 × 81 = 999,999,999.

இந்த நவஎண்மாலைகள் ஒவ்வொன்றிலும் ஒரே இலக்கம் ஒன்பது முறை தொடுத்தமைந்து நம்மை மகிழ்விக்கின்றன. ஒவ்வொரு நவஎண்மாலையில் அமைந்துள்ள ஒன்பது இலக்கங்களையும் கூட்டினால் பெருக்கும் எண் கிடைப்பதைக் கண்டு இன்புறுங்கள். (எ. டு.) 4+4+4+4+4+4+4+4+4 = 36 எனப் போலப் பிறவும். இந்த நவஎண்மாலைகள் செல்வர்க்கு மட்டுமன்றி எல்லார்க்கும் கிடைக்கக்கூடிய விலையில்லா மாலைகள்!

(ஆ) 9, 8, 7,... என்று இலக்கங்களை 1-வரை ஒன்பது இலக்கங்களையும் இறங்குவரிசையில் எழுதி ஓர் ஒன்பதிலக்க எண் உரு

வாக்குங்கள். அங்ஙனம் உருவாகும் எண் 987654321 என அமையும். இவ்வெண்ணை 9-இன் மடங்குகளால் [9, 18, 27... போன்றவை] பெருக்கிப் பாருங்கள். வேறுவகையான நவமான-புதுமையான-எண்மாலைகள் தோன்றி உம்மை மகிழ்விக்கும் மகிழ்ந்து மனம் களிப்படையுங்கள்!

987654321 × 9 = 0,888,888,888,9

987654321 × 18 = 1,777,777,777,8

987654321 × 27 = 2,666,666,666,7

987654321 × 36 = 3,555,555,555,6

987654321 × 45 = 4,444,444,444,5

987654321 × 54 = 5,333,333,333,4

987654321 × 63 = 6,222,222,222,3

987654321 × 72 = 7,111,111,111,2

987654321 × 81 = 8,000,000,000,1

இந்த நவமான எண்மாலைகளில் அமைந்துள்ள அழகினைக் கண்டு எண்களோடு விளையாடும் இன்பம் எண்ணிலா இன்பம் என்பதை உணர்ந்து மகிழ்க!

நவிலரிய இன்பம் நல்குவன நவஎண்மாலைகள் என்பது உண்மைதானே? இப்பொழுது கூறுங்கள் விலையுயர்ந்த நவமணி மாலைகள் வேண்டுமா அல்லது விலையில்லா நவஎண்மாலைகள் வேண்டுமா? உங்கள் விருப்பம் எதுவாக இருக்கும் என எனக்குத் தெரியும்!

60. எண்கோயில் கட்டுவோம் வாரீர்!

“ஆலயம் தொழுவது சாலவும் நன்று” என்றும், “கோயில் இல்லா ஊரில் குடியிருக்க வேண்டாம்” என்றும் கூறிப் போனார்கள் நம் பெரியோர்கள். இமயம் முதல் குமரிவரை பரந்து கிடக்கின்ற நம்பாரதப் பெருநாட்டில் பல்லாயிரக் கணக்கான கோயில்கள் நம்முடைய பண்டைய பெருமையினையும் பண்பாட்டினையும் பறைசாற்றிக்கொண்டு புகழ்பரப்பி நிற்கின்றன. இதனால் இந்தியாவைக் “கோயில் நாடு” என்று போற்றிப் பாராட்டுகின்றனர் மேனாட்டினர்.

சைவம், வைணவம், பௌத்தம், சமணம் போன்ற பல்வகைச் சமயங்கள் தோன்றிப் பண்டுதொட்டு இன்றுவரை மக்களைச் செம்மையான மெய்ம்மை நெறியில் செலுத்தி வருவதையும் நாமறிவோம். மன ஒருமைப்பாட்டுடன் அமைதியாக எல்லாம் வல்ல இறைவனைத் தொழுது வழிபட மக்கள் அமைத்துக்கொண்ட சிறந்த ஓரிடமே கோயில் எனப்படும்.

எங்கும் நிறைந்திருக்கின்ற இறைவனை முதலில் நாம் நம் உள்ளத்தில் காணவேண்டும். உள்ளத்தில் கண்டு உணர்ந்தால் தான் இறைவனை நாம் கோயில் உள்ளேயும் காணக்கூடும் என்று கூறுவார் கவிமணி. "உள்ளம் பெருங்கோயில்; ஊனுடம்பு ஆலயம்" என்பதும் இக் கருத்தினையே வலியுறுத்தும்.

நாயன்மார்கள் என்று அழைக்கப்படும் சைவ மெய்யடியார்கள் அறுபத்துமூவரில் ஒருவராக விளங்கும் பூசலார் நாயனார் தம் எண்ணத்தாலேயே உள்ளத்தில் இறைவனுக்கு ஓர் ஆலயம் எழுப்பினார் என்றும் அதிலே இறைவன் மகிழ்வுடன் எழுந்தருளினார் என்றும் பெரியபுராணம் பேசுகின்றது. அரசன் அமைத்த கல்லால் ஆகிய கோயிலைவிட நாயனார் தம் எண்ணத்தால் அமைத்த உள்ளக்கோயிலையே இறைவன் உவந்து ஏற்று எழுந்தருளினான் என்ப.

எண்ணத்தில் கோயில் எழுப்பி இறைவனை அங்கு எழுந்தருளச் செய்து வழிபட்டார் பூசலார் நாயனார்.

எண்களில் கோயில் எழுப்பி அங்குக் கணிதத்தைக் கொலு வேற்றி நாம் களிப்படைவோம் வாருங்கள்.

$$1^2 = 1$$
$$11^2 = 121$$
$$111^2 = 12321$$
$$1111^2 = 1234321$$
$$11111^2 = 123454321$$
$$111111^2 = 12345654321$$
$$1111111^2 = 1234567654321$$
$$11111111^2 = 123456787654321$$
$$111111111^2 = 12345678987654321$$

மேலே கட்டப்பட்டுள்ள எண்கோயிலின் அழகையும் அதில் கணிதம் கொலுவீற்றிருக்கும் சிறப்பினையும் கண்டு மகிழுங்கள்!

வலது புறத்தில் ஒவ்வொரு வரியிலும் இலக்கங்களின் கூடுதல் ஒரு வர்க்க எண்ணாக அமைந்துள்ள அழகினைக் கண்டு இன்புறுங்கள்.

$$1 = 1^2$$
$$1 + 2 + 1 = 2^2$$
$$1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 3^2$$
$$1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 4^2$$
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 5 + 1 = 5^2$$
....
$$1 + 2 + 3 + \ldots + 8 + \ldots + 3 + 2 + 1 = 8^2$$
$$1 + 2 + 3 + \ldots + 9 + \ldots + 3 + 2 + 1 = 9^2$$

பாரசீகக் கவிஞனாகப் பலரும் அறிந்துள்ள உமர்கய்யாம் என்ற பெரும் புலவன் ஒரு கணிதமேதையும் கூட என்பதை ஒரு சிலரே அறிவர். இவருடைய தத்துவப்பாடல்களைக் கவிமணி தேசிகவிநாயகம் பிள்ளை அவர்கள் மொழியாக்கம் செய் துள்ளார்கள் என்பதை நாம் அறிவோம். கவிஞனாகவும் கணித மேதையாகவும் விளங்கிய உமர்கய்யாம் கட்டிய எண்கோயில் ஒன்றினைக் கீழே காண்போம்; முக்கோண வடிவில் அமைந்துள்ள இதனைப் Pascal's Triangle என்றும் கூறுவர். எளிதாகக் கட்டி அமைக்கக்கூடிய பின்வரும் எண்கோயிலில் ஈருறுப்புக் குணகங்கள் தோன்றி அழகும் பயனும் காட்டி நிற்கின்ற பண்பினை எண்ணி மகிழுங்கள். இந்த எண்கோயிலில் கணிதம் கொலுவிருக்கின்ற மாட்சியினையும் காணுங்கள்.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

இங்குக் கட்டப்பட்டுள்ள எண்கோயிலில் உள்ள ஒவ்வொரு இலக்கமும் அதற்கு மேலே இடப்புறமும் வலப்புறமும் அமைந்

துள்ள இலக்கங்களின் கூடுதலாக அமைக்கப்பட்டுள்ளது என்பதைக் கண்டுணர்க. இந்த எண்கோயிலில் கொலுவிருக்கும் கணிதத்தின் பயன்பாடு குறிப்பிடத்தக்கது. $(a+b)^2$; $(a+b)^3$; $(a+b)^4$... போன்ற ஈருறுப்புக் கோவைகளை விரித்து எழுதும் பொழுது அக் கோவைகளில் அமைந்துள்ள உறுப்புக்களின் குணங்களைக் காண்பதற்கு இந்த எண்கோயில் நமக்குப் பெரிதும் துணைபுரிகின்றது. ஈருறுப்புக் கோவைகளின் குணங்களை இவ் எண்கோயிலில் கண்டு பின்வருமாறு கோவைகளின் விரிவை எளிதில் எழுதிவிடலாம்.

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$
$$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$
$$(a+b)^6 = 1a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + 1b^6$$

மேலே நாம் கட்டியுள்ள எண்கோயிலினை இன்னும் விரிவாக எவ்வளவு அடுக்குகள் வேண்டுமானாலும் எழுப்பிக்கொண்டே செல்லலாம். ஒவ்வொரு வரியிலும் இருமுனைகளிலும் அமைந்துள்ள இலக்கங்கள் 1 என்பதையும் மற்ற இலக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் அதற்குமேலே இடப்புறமும் வலப்புறமும் அமைந்துள்ள இலக்கங்களின் கூடுதல் என்பதையும் கருத்தில் நிறுத்தி எண்கோயிலைக் கட்டுங்கள்.

இங்ஙனம் எண்கோயில் எழுப்பி அங்கு நமக்கு இன்பம் தரும் கணிதத்தைக் கொலுவேற்றுங்கள்.

கணிதம் கொலுவிருக்கும் இத்தகைய எண்கோயில்களை உங்கள் நண்பர்கட்கும் காட்டி இன்பம் பெறச் செய்யுங்கள்!

61. இதுக்குப்போயி அலட்டிக்கலாமா?

இவ்வுலக வாழ்க்கையை மிக எளிமையானதாக எண்ணிக் கொண்டு எதற்கும் அலட்டிக் கொள்ளாமல் எப்படியோ வாழ்ந்தால் சரி என்று வாழ்க்கையை ஓட்டிக்கொண்டு செல்பவர்கள் பலருண்டு. வாழும் வாழ்க்கைக்கு ஒரு நெறியும் ஒழுங்கும் தேவை. அதுவே செம்மையான வாழ்வு என்ற கருத்தில் இப்படித்தான் வாழவேண்டும் என்ற எண்ணத்தில் ஒரு வலிமையான கருத்துடன் குறிக்கோள் வாழ்க்கை நடத்துகின்றவர்களும் உண்டு. எப்படியும் வாழ்ந்தால் சரி என்று வாழ்க்கையைக் கொச்சைப் படுத்திக்

கொண்டு வாழ்பவர்களைக் காட்டிலும் இப்படித்தான் வாழ வேண்டும் என்று வாழ்க்கையில் ஓர் இச்சை ஏற்படுத்திக் கொண்டு குறிக்கோளுடன் வாழ்கின்றவர்களே மேலானவர்கள். மற்றவர்கள் எல்லாம் பூமிக்குப் பாரமாக இருப்பவர்களேயாவர்.

வாழ்வாங்கு வாழ விரும்புகிறவர்கள் தம்மை முன்னேற விடாமல் தடுக்கின்ற தீய பழக்கங்களாகிய காலம் நீட்டித்தல், மறதி, சோம்பல், அளவு மீறிய தூக்கம் ஆகிய நான்கினையும் நீக்கிவிட்டு ஆள்வினை உடைமையுடன் தம் இன்பத்தை விரும்பாதவராய்த் தாங்கள் மேற்கொண்ட செயலையே முடிக்க விரும்புவார்கள். இத்தகைய குறிக்கோள் உடையவர்கள் வாழ்க்கையிலே இடுக்கண்-துன்பம்-வரும்போது அதற்காக மனங் கலங்காமல் நகை உணர்வுடன் அத்துன்பத்தை எதிர்த்துநின்று வெற்றிவாகை சூடுவார்கள். இன்பம் விழையாதவர்களாய் இடும்பையினை இயல்பாகக் கருதுகின்ற இத்தகைய நெறியாளர்கள் தம் வாழ்க்கையில் எதிர்ப்படுகின்ற துன்பங்களைக் கண்டு துவள மாட்டார்கள். துன்பம் வந்தபோது அதற்காக வருந்திக் கலங்காதவர்களாகிய இவர்கள் அத்துன்பத்திற்கே துன்பம் உண்டாக்கி அதை வென்றுவிடுவார்கள்.

இதற்கு மாறாக வாழ்க்கையில் வருவது வரட்டும் என்று தன்னை அலட்டிக்கொள்ளாமல் எப்படியாவது வாழ்ந்தால்போதும் என்று இருப்பவர்கள் துன்பம் வரும்பொழுது மனங்கலங்குவார்கள். அதனைவிட்டு விலகிப்போக-அஞ்சிஓட-எண்ணுவார்கள். எளிதில் கிடைக்கும் இன்பத்தைத்தான் அவர்கள் விரும்புவார்களே தவிர முயன்று பெறும் இன்பத்தை விரும்பமாட்டார்கள். "இதுக்குப் போயி அலட்டிக்கலாமா?" என்றே எதற்கும் கூறுவார்கள்; இத்தகைய உள்உரம் இல்லாத புல்லின மனிதர்கள் வாழ்க்கை நீரோட்டத்தின் மேல்மட்டத்திலேயே மிதந்து திரிபவர்கள்; அதன் ஆழம் காணாதவர்கள்; காண விரும்பாதவர்கள். இவர்கள் எதிலும் நுனிப்புல் மேய்பவர்களாக இருப்பார்கள். ஆழ்ந்த தெளிந்த நுண்ணிய அறிவு எதிலும் கொண்டிருக்கமாட்டார்கள். அவர்களிடம் இதுபற்றிக் குறிப்பிட்டுக் கேட்டோமானால் "இதுக்குப்போயி அலட்டிக்கலாமா?" என்றே எதற்கெடுத்தாலும் தட்டிக்கழித்துப் பேசுவார்கள். இத்தகையவர்கள் மேம்போக்காகச் செய்கின்ற காரியங்கள் சில வேளைகளில் சரியாக வந்துவிடுவதும் உண்டு.

கணிதக் கலையினையும் ஆழமாகப்பயிலாமல் - அடிப்படைத் தத்துவங்களை உணர்ந்துகொள்ளாமல்-மேம்போக்காக நுனிப்புல் மேய்பவர்கள் உண்டு. அவர்கள் வழிமுறை ஏதும் தெரியாமல்

குருட்டாம்போக்கில் போடுகின்ற சில கணக்குகள் சரியாகவந்து விடக்கூடும். அதனால் அவர்கள் செய்த முறை சரியானது என நாம் கொள்ளக்கூடாது. தெளிவும் செம்மையும் பொருந்திய சரியான வழிமுறைகளையே நாம் பயன்படுத்தவேண்டும்.

கணிதத்தில் ஆழ்ந்த அறிவில்லாத மக்குமாமா ஒருவர் போட்ட தப்புக்கணக்கைக் கீழே பாருங்கள்.

$$\frac{16}{64}\;;\quad\frac{19}{95}\;;\quad\frac{26}{65}\;;\quad\frac{49}{98}$$ என்ற

பின்னங்களைச் சுருக்கிச் சுருங்கிய வடிவத்தில் எழுதச் சொன்ன பொழுது பகுதியிலும் தொகுதியிலும் உள்ள பொதுவானஎண்களை அடித்துவிட்டுச் சுருக்கிப் போட்டுவிட்டார். விடைகள் சரியாக வந்துவிட்டாலும் அவர் செய்த முறை தவறானது என்பதை நாம் உணரவேண்டும்.

$$\frac{16}{64} = \frac{1}{4}\;;\quad \frac{19}{95} = \frac{1}{5}\;;$$

$$\frac{26}{65} = \frac{2}{5}\;;\quad \frac{49}{98} = \frac{4}{8}\;\left(=\frac{1}{2}\right)$$

மேலே உள்ள பின்னங்களைச் சுருங்கிய வடிவில் சுருக்கிப் போடப் பகுதியிலும் தொகுதியிலும் உள்ள எண்களைக் காரணிப் படுத்தி பொதுக் காரணிகளையே நாம் அடித்துப் போடவேண்டும். மேலே உள்ள பின்னங்களை முறைப்படி சுருக்கிப்போடப் பின்வருமாறு செய்யவேண்டும்.

$$\frac{16}{64}=\frac{16\times 1}{16\times 4}=\frac{1}{4}\;;\quad \frac{19}{95}=\frac{19\times 1}{19\times 5}=\frac{1}{5}\;;$$

$$\frac{26}{65}=\frac{2\times 13}{5\times 13}=\frac{2}{5}\;;\quad \frac{49}{98}=\frac{7\times 7\times 1}{7\times 7\times 2}=\frac{1}{2}$$

எப்பொழுதும் கணிதத்தில் கணக்கீடுகளைச் செய்யும்பொழுது அடிப்படைச் செய்முறை விதிகளை அறிந்து செய்யவேண்டும்.

மற்றொருமுறை வர்க்கமூலம் காணச் சொல்லிய பொழுதும் மக்கு மாமா தப்புக் கணக்குப் போட்டார். எப்படி?

2025 ; 3025 ; 88209 என்ற எண்களின் வர்க்க மூலங்களைக் காணச் சொன்னபொழுது அவர் பின்வருமாறு போட்டு வர்க்க மூலங்களைக் கண்டுகூறினார். விடைகள் சரியானவைகளாக இருந்

தாலும் செய்த செயல்முறை பிழையுடையது என்பதைக் காண்க

$\sqrt{2025} = 20 + 25 = 45$

$\sqrt{3025} = 30 + 25 = 55$

$\sqrt{88209} = 88 + 209 = 297$

இவ்வாறு பிழைபடப் போட்டாலும் கிடைத்துள்ள விடைகள் சரியானவைகளே ஆகும்.

ஏனெனில் $45^2 = 45 \times 45 = 2025$

$55^2 = 55 \times 55 = 3025$

$297^2 = 297 \times 297 = 88209$

இவ்வாறு எதிலும் நுனிப்புல் மேய்கின்ற தன்மை உடையவர்களாக இல்லாமல் எதனையும் ஆழமாகக் கண்டறிந்து தெளிந்த ஞானம் பெற்றவர்களாக நாம் விளங்கவேண்டும்.

"தேடிச் சோறுநிதந் தின்று - பல
சின்னஞ் சிறுகதைகள் பேசி - மனம்
வாடித் துன்பமிக உழன்று - பிறர்
வாடப் பலசெயல்கள் செய்து - நரை
கூடிக் கிழப்பருவ மெய்தி - கொடுங்
கூற்றுக் கிரையெனப் பின்மாயும் - பல
வேடிக்கை மனிதரைப் போலே - நான்
வீழ்வே னென்றுநினைந் தாயோ?"

என்று பாரதிகேட்பதுபோல நாமும் நம்மைக் கேட்டுக்கொண்டு இவ்வுலகில் வாழ்வாங்கு வாழ்ந்து சிறப்படையப் பாடுபட வேண்டும்.

"இதுக்குப்போயி அலட்டிக்கலாமா? 'என்று நாம் என்றுமே இருக்கக்கூடாது என்பதை எண்ணுங்கள்!

62. என் கேள்விக்கு என்ன பதில் ?

வினாக்களை ஐந்து வகையாகப் பகுத்துக் கூறுவார்கள். (1) அறியாவினா; (2) அறிவொப்புக் காண்டல்; (3) ஐயமறுத்தல்; (4) அவனறிவு தான்கோடல்; (5) மெய்யவற்குக் காட்டல் என்பனவே அவை.

கல்வியினைக் கற்கின்றபொழுதும், கற்பிக்கின்றபொழுதும் வினாக்கள் பெறுகின்ற இடம் சிறப்புடையது. கற்பனவற்றைக் கசடறக் கற்பதற்கும், ஐயம் அகற்றித் தெளிவான அறிவு பெறுவதற்கும் மாணவர்க்கு வினாக்கள் இன்றியமையாதனவாகும். கற்பிப்பனவற்றை மாணவர்கள் நன்கு விளங்கிக் கொண்டார்களா என்று சோதித்தறிவதற்கும், மாணவர்கள் மயக்கமுறக் கொண்ட கருத்துக்களைக் கண்டுணர்ந்து அம் மயக்கம் நீக்கி அவர்கட்குத் தெளிவினை உண்டாக்கவும் ஆசிரியர்கட்கு வினாக்கள் துணை நிற்கும்.

கணித ஆசிரியர் புஷ்பநாதன் நல்லாசிரியர் ஒருவருக்கு இருக்கவேண்டிய இலக்கணத்தின்படி தன்னுடைய கணித வகுப்பில் ஆசிரியர் மாணவர் ஆகிய இருசாரருடைய வினாக்களின் தேவையினை நன்குணர்ந்து மாணவர்களை வினாக்கள் கேட்கத் தூண்டி ஊக்கம் தருவார். அவ்வாறே அவர்கள் கொண்டுள்ள மயக்கத்தையும், ஐயத்தையும் போக்குதற்கும் தெளிந்த அறிவை அவர்கள் உணரச் செய்வதற்கும் மாணவர்களிடம் வினாக்கள் தொடுப்பார்.

வினவாமல் பயிலுகின்ற-படிக்கின்ற-எந்தக் கருத்தும் நம் மனத்தில் ஆழமாகப் படிவதில்லை என்பதையும், கணிதம், அறிவியல் போன்ற பாடங்களைக் கற்கும் பொழுதும் பயிற்சிபெறும் பொழுதும் "ஏன்? எப்படி? எதற்காக?" என்ற வினாக்களை எழுப்பிக் கொண்டு விடைகண்டு கற்றால் கற்பது கல்மேல் எழுத்துப்போல் நம் நெஞ்சத்தில் நீங்காது நிலைத்து நிற்கும். நீங்களும் இனிக் கற்கும்பொழுது வினவிக்கற்றுப் பாருங்கள்! அதன் விபரம் விளங்கும்!

இப்பொழுது நான் உங்களிடம் சில கணித வினாக்களைக் கேட்கப் போகிறேன். அதற்கு நீங்கள் சிந்தித்து விடை கூறுங்கள் பார்க்கலாம்.

(1) ஒரே மாதிரியான ஐந்து இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி 100-ஐ நான்கு வழிகளில் எழுதிக்காட்ட இயலுமா?

(2) எப்பொழுது $2 \times 2 = 100$ என ஆகும்?

(3) எப்பொழுது $2 \times 2 = 11$ எனக் கிடைக்கும்?

(4) எப்பொழுது 10 என்பது ஓர் ஒற்றைப்படை எண்ணாகும்?

(5) கடிகாரத்தில் அமைந்துள்ள எண் முகப்பினை ஆறு சம பாகங்களாகப் பிரிக்க வேண்டும். ஒவ்வொரு பகுப்பிலும் உள்ள இலக்கங்களின் கூடுதல் எல்லாம் சமமாக இருக்கவேண்டும். அவ்வாறு உங்களால பகுக்கக் கூடுமா?

(6) $19 + 37 = 56$ என்ற சமன்பாட்டில் உள்ள எண்களுக்கு இடையில் பெருக்கல் குறிபோட்டாலும் சமன்பாடு மாறுவதில்லை

$$(1 \times 9) + (3 \times 7) = 5 \times 6; \quad 9 + 21 = 30.$$

இதைப்போன்ற சமன்பாடுகள் மேலும் இரண்டினை உங்களால் கூறமுடியுமா ?

(7) இரண்டிலக்க எண்ணின் வர்க்கத்தில் அந்த எண் கடைசி இரண்டு இலக்கங்களாக அமைந்திருக்க வேண்டும். அத்தகைய இரண்டிலக்க எண்கள் இரண்டு தரமுடியுமா ?

முயன்று பாருங்கள். முடியாவிட்டால் பின்வரும் விடைகளைக் கண்டு தெளிவு பெறுங்கள்.

விடைகள் : (1) ஒரே மாதிரியான ஐந்து இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி 100-ஐ எழுதுவது மிகவும் எளிது. கீழே எளிய வழி முறைகள் நான்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன :

1. $111 - 11 = 100$
2. $(33 \times 3) + \frac{3}{3} = 100$
3. $(5 \times 5 \times 5) - (5 \times 5) = 100$
4. $(5+5+5+5) \times 5 = 100$

(2) நாம் பயன்படுத்துகின்ற எண்கள் பத்தின் அடிமானத்தில் எழுதப்படுபவை என்பதை நீங்கள் அறிவீர்கள். அதேபோல் இரண்டின் அடிமானத்தில் (Binary system) எழுதப்படுகின்ற பொழுது $2 \times 2 = 100$ என ஆகும்.

விளக்கம் : $100 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 1 = 2^2$
$= 2 \times 2.$

(3) முன்னைய வினாவின் விடையில் கூறியுள்ளது போல மூன்றின் அடிமானத்தில் (Ternary system) எழுதப்படும்பொழுது $2 \times 2 = 11$ எனக் கிடைக்கும்.

விளக்கம் : $11 = 1 \times 3 + 1 \times 1 = 4 = 2 \times 2.$

(4) நம்முடைய பத்தின் அடிமானத்தில் குறிக்கப்படும் பொழுது 10 என்பது இரட்டைப்படை எண். ஆனால் (3, 5, 7, 9 போன்ற) எந்த ஒற்றைப்படை எண்ணின் அடிமானத்தில் எழுதப் படும்பொழுதும் 10 என்பது ஒற்றைப்படை எண்ணாகும்.

விளக்கம் : $10 = 1 \times 9 + 0 \times 1 = 9$

$10 = 1 \times 7 + 0 \times 1 = 7$ என வரும்.

(5) கடிகாரத்தின் முகப்பில் அமைந்துள்ள எண்களின் கூடுதல் 68 எனக் கிடைப்பதால்,

$(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12 = 68)$

ஆறு பகுப்பாக்கினுல் ஒவ்வொரு பகுப்பிலும் உள்ள எண்களின் கூடுதல் $78 \div 6 = 13$ எனக் கிடைக்க வேண்டும். எனவே அதற்கு ஏற்ப கடிகாரத்தின் முகப்பைப் பகுக்கவேண்டியதுதான்.

$12+1 = 11+2 = 10+3 = 9+4 = 8+5 = 7+6 = 13.$

(6) எண்களுக்கு இடையில் பெருக்கல் குறி போட்டாலும் மாருத தன்மையுடைய சமன்பாடுகள் இரண்டு கீழே தரப் பட்டுள்ளன.

(அ) $18 + 37 = 57.$

$(1 \times 8) + (3 \times 9) = (5 \times 7);\ 8 + 27 = 35.$

(ஆ) $38 + 29 = 67$

$(3 \times 8) + (2 \times 9) = (6 \times 7);\ 24 + 18 = 42.$

(7) 25; 76 என்ற இரு இரண்டிலக்க எண்களின் வர்க்கங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் இதே எண்கள் கடைசியில் இரு இலக்கங்களாக அமைந்திருக்கும் சிறப்பினைக் கண்டு மகிழலாம்.

$25^2 = 625 \;;\; 76^2 = 5776.$

விஞக்கள் எழுப்புதல் என்பது அறிவின் வெளிப்பாடு. வினவிக் கற்று விவேகம் பெறுங்கள் !

63. பத்து இலக்கங்களும் நமது பத்து உடைமைகளாம்!

''வள்ளுவன் தன்னை உலகினுக்கே—தந்து
வான்புகழ் கொண்ட தமிழ்நாடு'' என்று பாடினுன்

பாவேந்தன் பாரதி. சாதி, மதம், நிறம், நாடு, கொள்கை, காலம் முதலிய வேறுபாடுகள் இன்றி உலக மக்கள் அனைவரும் இம்மண் ணில் நல்ல வண்ணம் வாழ்வதற்கு-வாழ்வாங்கு வாழ்வதற்கு-வழி காட்டியாக அமைந்த ஒப்பற்ற நீதிநூல் திருக்குறள்.

இந் நிலவுலகில் மக்களாய்ப் பிறந்தார் யாவரும் வளமாகவும் நலமாகவும், அன்புடனும் பண்புடனும், பெருமையுடனும் புகழு டனும் வாழ்வாங்கு வாழ வழிகாட்டுவது வள்ளுவன் வகுத்தளித்த வள்ளுவம் ஆகும்.

மனிதன்-முழுமையான மனிதனாக-பண்புடைய மனிதனாக வாழ்வதற்குப் பத்து உடைமைகளைத் தேடிப்பெற்று அவைகளைத் தன் உடைமைகளாக ஆக்கிக்கொள்ள வேண்டும் என்று கூறுகின்றார் வள்ளுவர். அவர் கூறுகின்ற பத்து உடைமைகளையும் தன் உடைமைகளாக ஆக்கிக்கொண்டு எவன் ஒருவன் பயன்பெறவும் பயன்படவும் வாழ்கின்றானோ அவன்தான் உண்மையான முழுமையான மனிதன் ! நூற்றுக்கு நூறு மனிதன் !

மனிதன் மனிதனாக வாழவும் வாழ்வாங்கு வாழவும் அவன் தேடிப் பெறவேண்டிய உடைமைகளாக வள்ளுவப் பெருந்தகை கூறுகின்ற பத்து உடைமைகளாவன : 1. அடக்க முடைமை; 2. அருளுடைமை; 3. அறிவுடைமை; 4. அன்புடைமை; 5. ஆள் வினையுடைமை; 6. ஊக்கம் உடைமை; 7. ஒழுக்கம் உடைமை 8. நாணுடைமை; 9. பண்புடைமை; 10. பொறையுடைமை.

இந்தப் பத்து உடைமைகளையும் தன் உடைமைகளாகப் பெற்றுத் திகழ்கின்றவன் எவனோ அவனே நூற்றுக்கு நூறு முழு மனிதனாவான்; அவனே பண்புடையவனாகவும் பலரும் போற்ற வாழும் சான்றோனாகவும் திகழ்வான். "பண்புடைமை" என்ற அதிகாரமும் 100-வது அதிகாரமாக அமைந்துநின்று பண்புடைய மனிதனே நூற்றுக்கு நூறு மனிதன்-முழு மனிதன்-என்பதை நமக்கு உணர்த்துகின்றது. ஒவ்வொரு உடைமைகட்கும் மதிப் பெண் 10 என்றால் பத்து உடைமைகளையும் பெற்றுள்ளவனே நூற்றுக்கு நூறு பெறுகின்ற முழு மனிதனாகத் திகழ்வான்.

இக்கருத்தினை நான் என் நண்பர் ஒருவரிடம் கூறிக்கொண்டிருந்த பொழுது இதில் மனம் ஒன்றி ஈடுபட்டு உண்மை கண்ட அவர் ஒரு வெண்பா வடிவிலே அதனை ஆக்கித் தந்துவிட்டார். அவ் வெண்பா வருமாறு :

நாண்பொறை யூக்கம் நவிலொழுக்கம் ஆள்வினை
மாண்பறிவு அன்பருள் பண்படக்கம்—காண்பத்தும்
வள்ளுவர்சொல் நல்லுடைமை; வான்தமிழர் கொள்ளுடைமை
விள்ளுவர்யார் வேறுடைமை இங்கு. -புலவர் R. நடராசன்

வள்ளுவர் சொல்லிச் சென்றுள்ள நல்லுடைமைகளாகிய பத்து உடைமைகளைத் தேடிப்பெற்றுத் தனதாக்கிக் கொண்டவர்கள்தாம் முழு மனிதர்களாக-நூற்றுக்கு நூறு மனிதர்களாக-இவ் வுலகில் வாழ்ந்து சிறக்க முடியும்.

இதைப்போன்றே கணிதத்தின் கண்களென விளங்குகின்ற எண்களாம் பத்து இலக்கங்களும் நமக்குப் பத்து உடைமைகளாம்.

எண்கலையாகிய கணிதக் கலையினைக் கற்றுத் தேர்ந்து பத்து இலக்கங்களாகிய பத்து உடைமைகளையும் தன் உடைமைகளாக ஆக்கிக் கொள்ளுகின்றவன் எவனோ அவனே உலகத்தின் தன்மையினை முழுதும் உணர்ந்தவனாக நூற்றுக்கு நூறு உணர்ந்தவனாக விளங்க முடியும். அப்படி இல்லாத எவனும் முழுமை பெறாத குறை மனிதனே ஆவான். ஆகவே நாமும் குறையில்லாதவராக முழுதும் உணர்ந்தவராக உலகத்தின் தன்மையினை ஓர்ந்தறியும் வல்லவராக விளங்க வேண்டுமானால் நமக்குப் பத்து உடைமைகளாக விளங்கும் பத்து இலக்கங்களின் பண்பறிந்து நம் உடைமைகளாக்கிக் கொள்ள வேண்டியது இன்றியமையாததாகும்.

பத்து இலக்கங்களின் பண்பறிந்து போற்றுங்கள் ! அவைகளை உங்கள் உடைமைகளாக்கிக் கொள்ளுங்கள் !! ஆம்! பத்து இலக்கங்களும் நமக்குப் பத்து உடைமைகளாம் !

பத்து இலக்கங்களையும் ஒரே ஒரு முறை பயன்படுத்தி 100-ஐ எழுதிக் காட்டவேண்டும். இந்த விளையாட்டை ஆடிப் பாருங்கள். முயன்று பாருங்கள். முயன்றால் முடியாதது ஒன்றுமில்லை.

பத்து இலக்கங்களையும் ஒரே ஒரு முறை பயன்படுத்தி 100-ஐ எழுதிக்காட்டக் குறைந்தபட்சம் பின்வரும் நான்கு வழிகள் உண்டு.

$$70 + 24\frac{9}{18} + 5\frac{3}{6} = 100$$

$$87 + 9\frac{4}{5} + 3\frac{12}{60} = 100$$

$$80\frac{27}{54} + 19\frac{3}{6} = 100$$

$$50\frac{1}{2} + 49\frac{38}{76} = 100$$

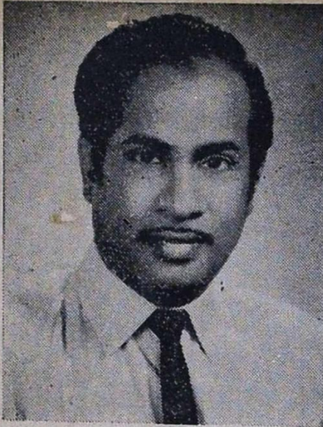
வேறு வழிகள் உண்டா என்று நீங்கள் முயன்று பாருங்களேன் !

உலகினை முழுமையாக அளந்தறிந்து உணர்ந்துகொள்ளவும் எண்கலையாம் கணிதக்கலையின் பெருமையறிந்து போற்றி மகிழவும் பத்து உடைமையாகளாக இருக்கின்ற பத்து இலக்கங்களின் பண்பறிந்து தேர்ந்து நம் உடைமைகள் ஆக்கிக்கொள்வோம்.

இத்தகைய எண் விளையாட்டுக்கள் அவ்வழியில் நமக்குத் துணை செய்யும் என்பது உறுதி.

எண்களோடு விளையாடுவீர் ! ஏற்றமடைவீர்!

ஆசிரியரைப் பற்றி...



பெயர்: இரா. சண்முகம்.

பிறந்த தேதி: 21-9-1932

ஊர்: புதுக்கோட்டை.

பெற்றோர்:

திருமதி. இரத்தினத்தம்மாள்.
திரு. அ. இராமய்யாபிள்ளை.

கல்வித்தகுதிகள்:

B.A.(கணிதம்); M.A.(தமிழ்);
M.A.(ஆங்கிலம்);B.T.

பணிநிலை:

தமிழ்த் துணைப் பேராசிரியர்,
மாநிலக் கல்லூரி,
சென்னை - 600 005.

நிலையான முகவரி:

''மலர் இல்லம்''
A 2/1, M.I.G. Flats,
கலைவாணர் நகர்,
மதுரை-625 020.
